

Nueva Constitución y sistemas electorales de asignación parlamentaria

ERNESTO SAN MARTÍN G.
Facultad de Matemáticas UC

ALEJANDRA OVALLE V.
Facultad de Derecho UC

Considero de sumo interés para todos los hombres, en quienes la naturaleza superior imprimió el amor a la verdad, que, así como se han visto beneficiados por el trabajo de sus antepasados, así también ellos se preocupen por los que han de sucederles, para que la posteridad se vea enriquecida con sus aportaciones. En efecto, quien instruido en la doctrina política no se preocupa de contribuir al bien de la república, no dude de que se halla lejos del cumplimiento de su deber.

Dante Alighieri, Monarquía, Libro I, 1.

Introducción

La finalidad originaria de la Constitución es resguardar la libertad y los derechos de las personas a través de la “creación de instituciones para limitar y controlar el poder político” (Loewenstein, 2018, p. 151). En consecuencia, las disposiciones de carácter orgánico que organizan y distribuyen el ejercicio del poder del Estado son un contenido esencial de las constituciones¹. Ello supone abordar no solamente las atribuciones y funcionamiento de las instituciones, sino que también los ciclos electorales y la forma de elección de los órganos de representación popular.

Con el paso del tiempo, este propósito originario del constitucionalismo liberal de limitar o constreñir al poder político ha sido complementado con otras tradiciones, entre las que cabe mencionar aquella que releva el objetivo constitucional de garantizar la ciudadanía política. Al respecto, los sistemas electorales juegan un rol fundamental en la determinación de cuestiones esenciales de un régimen democrático, como lo son los principios de igualdad y de representación política.

Dicho de otra manera, no basta con establecer un diseño coherente en términos de atribuciones y funcionamiento de los órganos políticos, ni definir aquellos principios en los que se sustentará nuestro sistema democrático. La materialización de los fines de la Constitución aludidos dependen en buena medida del sistema electoral que se emplee, por cuanto constituye una variable relevante para la legitimidad y efectividad del régimen de gobierno.

Cabe señalar desde ya que no existe un único sistema electoral, sino varias familias que obedecen a ciertos ideales políticos y que tienden a combinarse (Ballinski y Young, 2001; McLaren, 2010; Pukelsheim, 2014). Así, por ejemplo, si el ideal de la representación política es “el gobierno del pueblo por el pueblo igualmente representado” (Mill, 1994, p. 82), entonces se optará por un sistema proporcional. Pero, como veremos más adelante, la expresión “sistema proporcional” no es unívoca, pues existen cinco métodos caracterizados por divisores. Por otro lado, si el ideal político es que la representación parlamentaria debe quedar en manos de las mayorías, se optará por un sistema de asignación parlamentaria

¹ En el artículo 16 de la misma Declaración de los Derechos del Hombre y del Ciudadano de Francia (1789) se expresa: “una sociedad en la que no esté establecida la garantía de los Derechos, ni determinada la separación de los Poderes, carece de Constitución”.

mayoritario. Es importante mencionar que cada sistema electoral está caracterizado por propiedades matemáticas específicas que, a su vez, tienen un correlato político.

Aunque la formulación del sistema electoral en todos sus detalles es materia de ley, diversas propuestas y debates constitucionales permiten anticipar la consideración del sistema electoral durante la deliberación de la Convención Constitucional sobre el régimen de gobierno. A su vez, nos parece conveniente que la Constitución recoja ciertos criterios del sistema electoral que se empleará en la elección de parlamentarios, de modo de asegurar que los efectos de las reglas legales específicas que se establezcan sean coherentes con los objetivos perseguidos a través del diseño constitucional.

El presente trabajo se inicia justificando la necesidad de consagrar con rango constitucional ciertos elementos esenciales del sistema electoral de asignación parlamentaria, incluyendo en dicha sección una breve explicación de los regímenes de gobierno que posiblemente considere la Convención Constitucional: el presidencialismo y el semipresidencialismo. A continuación, se abordan los sistemas electorales mayoritarios y los sistemas electorales proporcionales. Finalmente, se formularán algunas recomendaciones teniendo presente los correlatos políticos de las características matemáticas de los sistemas electorales examinados.

Esperamos que este trabajo contribuya a la deliberación de la Convención Constitucional y de la comunidad en general acerca de nuestro sistema de gobierno y sus instituciones, de modo que, a través del proceso político, sea posible dar una respuesta adecuada a las necesidades ciudadanas y a los desafíos futuros de nuestro país.

1. Justificación de la regulación constitucional del sistema electoral

Las fronteras entre aquellas materias que son de competencia constitucional y las que quedan entregadas a la decisión del legislador no son precisas, por lo que la primera pregunta que cabe formularse dice relación con la pertinencia y conveniencia de elevar a rango constitucional algunos de los elementos del sistema electoral aplicable a la elección de parlamentarios.

1.1. Efectos del rango constitucional

Las materias que se introducen a la Constitución gozan de la estabilidad derivada de la rigidez constitucional. Dado su carácter de norma y pacto fundamental, es habitual que para la reforma constitucional se establez-

can mecanismos destinados a asegurar la existencia de consensos más amplios y permanentes que el requerido para el cambio de normas de rango legal. Algunos ejemplos son las exigencias de un quórum supramayoritario, la aprobación por legislaturas sucesivas, el referéndum ratificatorio, entre otros (ver Pereira, 2006).

Lo expresado implica que los principios y reglas que se incorporan a la Constitución se sustraen de la decisión de la mayoría. Las normas constitucionales representan límites formales y sustantivos que son indisponibles por el legislador democrático y que restringen, por tanto, su capacidad decisoria. Esto explica la ineludible tensión existente entre constitucionalismo y democracia (Ackerman y Rosenkrantz, 1991), por cuanto una excesiva constitucionalización puede terminar menoscabando el proceso político y la libertad de configuración de los órganos representativos de la ciudadanía. A su vez, el incremento del contenido material de la Constitución se traduce en una ampliación de las potestades de los tribunales, en particular, del órgano encargado de ejercer el control de constitucionalidad de la ley (Zagrebel'sky, 2008).

Si bien el resguardo del principio democrático obliga a la cautela al momento de incorporar contenidos a la Constitución, las materias electorales tienen la particularidad de afectar directamente los intereses de quienes concurren al proceso legislativo. Esto lleva a que las decisiones que se adopten respecto del sistema electoral habitualmente favorezcan las correlaciones de fuerzas existentes. Ejemplo de ello en nuestra historia reciente fue la mantención del *statu quo* respecto del sistema binominal y la asignación de escaños que se efectuó en la nueva ley electoral del año 2014.

Así, resulta conveniente que las decisiones legislativas en materia electoral se efectúen dentro de un marco predefinido por el constituyente. En este sentido, se ha planteado que una de las ventajas de los órganos constituyentes es que tienen menos posibilidades de estar influenciados por los intereses particulares que caracterizan a las legislaturas ordinarias (Elster, 1995). En el caso chileno, la conformación de la Convención Constitucional exhibe importantes diferencias en relación con el Congreso Nacional (ver Le Foulon y Palanza, 2021). En particular, la significativa presencia de independientes y de personas que no han estado involucradas previamente en la política partidista tradicional, podría presentar ventajas para el establecimiento de criterios electorales.

La constitucionalización de ciertas definiciones del sistema electoral de asignación parlamentaria permitiría

excluir de la competencia legislativa aspectos sensibles de ser cooptados por los cálculos electorales e intereses particulares de quienes detentan el poder en un determinado momento. Asimismo, la garantía de estabilidad que proporciona el rango constitucional es especialmente deseable en este ámbito: las reglas electorales requieren ser aplicadas en sucesivas elecciones antes de que surja propiamente un sistema electoral, por cuanto los partidos políticos y los electores necesitan tiempo para aprender a usar estas reglas dentro su contexto sociopolítico (Taagepera, 2002).

1.2. Pertinencia sustantiva: el “momento” constitucional

Los sistemas electorales se relacionan con uno de los contenidos esenciales de las constituciones modernas: la distribución y ejercicio del poder político en una democracia. Sin embargo, ello no significa que la Constitución deba necesariamente abordar el sistema electoral de asignación parlamentaria. Muchas constituciones no lo hacen, tampoco la chilena actualmente vigente.

Cabe entonces indagar en razones asociadas al contexto que justifiquen esta incorporación. Sostener la naturaleza jurídica, normativa y prescriptiva de una constitución no se opone a reconocer que su contenido, normatividad y vigencia se relacionan con la realidad social de la comunidad que regula; no es inusual que las constituciones reaccionen a problemas propios del momento de su elaboración y que reflejen en parte la transformación de los “factores reales de poder” imperantes (Lassalle, 1984). De esta forma, cada proceso constituyente es único, pues “expresa un estado de insatisfacción con una realidad que solo se explica en un contexto político, económico y cultural concreto” (Pisarello, 2014, p. 12).

Sin negar la complejidad que entraña la crisis que da origen al proceso constituyente chileno, es posible sostener que un elemento relevante de este diagnóstico es el problema de legitimidad y confianza en sus instituciones políticas. Con distintos énfasis se ha señalado que ello obedecería a un déficit de representación y a su incapacidad para responder a las múltiples necesidades de la ciudadanía, así como para encauzar el conflicto social (Heiss, 2020, pp. 10-11; Peña, 2020, pp. 150-151; Garretón, 2021, p. 41).

Aunque en este fenómeno influyen variados factores que exceden con creces lo estrictamente jurídico —como la cul-

tura democrática, la ética pública y las prácticas políticas— la nueva Constitución debiera adoptar aquellos arreglos que contribuyan a restablecer la legitimidad y confianza en las instituciones esenciales de una democracia. Además, uno de los aprendizajes que se puede extraer del constitucionalismo latinoamericano es que las reformas en materia de derechos sociales han de tener su correlato en la organización del poder (ver Gargarella, 2014).

Para avanzar en la legitimidad institucional resulta necesario hacerse cargo tanto de la existencia de una diversidad de intereses políticos y sociales como de la efectividad del sistema de gobierno, puesto que este “se hace acreedor de una buena calificación cuando es capaz de tomar decisiones” (Sartori, 1991, p. 9). Las definiciones electorales involucran precisamente dos aspectos de suma importancia para el logro de este objetivo: la representación y la gobernabilidad.

En consideración al contexto reseñado, la nueva Constitución debiera sentar las bases de un sistema electoral que logre una asignación de escaños lo suficientemente representativa como para dotar de legitimidad democrática la toma de decisiones colectivas, además de acoger el pluralismo social y el multipartidismo que caracterizan a nuestro país. Asimismo, debiese atender al régimen de gobierno que se instaure, propiciando una gobernabilidad que permita su adecuado funcionamiento, así como dar oportuna respuesta a las necesidades y prioridades ciudadanas.

Con el fin de valorar los distintos sistemas electorales en términos de gobernabilidad, se presentan a continuación los aspectos esenciales del régimen presidencial y semipresidencial², enfatizando aquellos efectos en los que puede incidir el sistema electoral que se emplee en la elección de los miembros del poder legislativo.

1.2.1. Presidencialismo

El presidencialismo se origina en la Constitución de Estados Unidos (1787). Sin embargo, este modelo ha sufrido importantes modificaciones al ser implementado en otras latitudes, en particular en nuestra región, exhibiendo una serie de variantes que han dado lugar a diversas tipologías del presidencialismo latinoamericano (ver Nogueira, 2017).

Sin perjuicio de la existencia de distintas modalidades, es posible asignar algunas notas características al presidencialismo:

2 Se ha excluido el parlamentarismo, en atención a que el estado actual del debate en nuestro país, así como la revisión de las propuestas presentadas por los convencionales electos, permiten concluir que es poco probable que en la nueva Constitución se transite hacia dicho régimen de gobierno.

- (i) Las funciones ejecutivas y legislativas recaen en órganos diferentes: el Presidente de la República — que reúne las calidades de Jefe de Estado y Jefe de Gobierno— y el Congreso Nacional. El gabinete (los ministros) es de la exclusiva confianza del Presidente de la República.
- (ii) Tanto el Presidente de la República como los parlamentarios son elegidos por votación popular en procesos electorales separados (que pueden o no ser concurrentes).
- (iii) El ejecutivo y legislativo ejercen sus funciones por periodos fijos; la permanencia en sus cargos no depende de la confianza recíproca. De esta forma, el Congreso no hace efectiva la responsabilidad política de las autoridades del gobierno y, como contrapartida, el Presidente carece de la facultad de disolver el Congreso y convocar a elecciones³.

En el presidencialismo, la relación entre ambos poderes políticos se sustenta en una lógica de equilibrio y control, en palabras de Loewenstein (2018, p. 132) se trata de un gobierno de interdependencia por coordinación⁴. El control recíproco entre el poder ejecutivo y legislativo se puede abordar desde dos perspectivas: el diseño constitucional de las competencias de los órganos políticos y el sistema electoral.

En cuanto al diseño institucional, el presidencialismo introduce un sistema de frenos y contrapesos que descansa en fórmulas de vinculación entre las atribuciones de los poderes políticos, que distribuyen la competencia y operan como límite y control recíproco⁵. Así, el ordenamiento constitucional asigna ciertas facultades a cada órgano que les permite incidir en la función que corresponde al otro por naturaleza. En el entendido

que la solución institucional puede ser insuficiente si los distintos órganos llamados a controlarse recíprocamente responden a un mismo interés, el presidencialismo incorpora ciertas definiciones electorales que persiguen generar una representación de intereses lo más diversa posible entre el Presidente de la República y cada una de las ramas del Congreso Nacional⁶.

La estructura del presidencialismo admite la posibilidad de que la orientación política del Presidente de la República no coincida con la mayoría parlamentaria. Esta situación puede profundizar el deseable control o equilibrio entre los poderes y conducir a soluciones de consenso producto de la argumentación y la negociación, pero también a una ruptura institucional o a serios problemas de gobernabilidad ante escenarios en los que predomina el conflicto, la obstaculización y el estancamiento (Ackerman, 2007)⁷.

Aquí radica el principal problema del presidencialismo. La toma de decisiones colectivas, que muchas veces requiere la concurrencia de la voluntad de ambos órganos políticos (el Presidente de la República y el Congreso Nacional), está supeditada a que estos logren alcanzar acuerdos. Si ello no sucede, si la negociación fracasa, el presidencialismo no considera una vía institucional para destrabar la divergencia.

En el caso del presidencialismo chileno se advierte una creciente agudización de los conflictos entre los órganos políticos y una incipiente parálisis legislativa que ha dificultado la aprobación e implementación oportuna de medidas que se hagan cargo de las necesidades ciudadanas. Perfeccionar el reparto de atribuciones y competencias, sin duda, contribuiría a la eficacia y legitimidad de las instituciones⁸, pero no es suficiente. Resulta nece-

3 Algunos presidencialismos latinoamericanos han introducido mecanismos propios del parlamentarismo, como la censura parlamentaria a ministros de Estado o la facultad presidencial de disolver el Congreso.

4 A diferencia del parlamentarismo, que lo caracteriza como un gobierno de interdependencia por integración.

5 Al respecto, en el *Federalista XLVIII* se expresa que “a no ser que estos departamentos se hallen tan íntimamente relacionados y articulados que cada uno tenga injerencia constitucional en los otros, el grado de separación que la máxima exige como esencial en un gobierno libre no puede nunca mantenerse debidamente en la práctica” (Hamilton, Madison y Jay, 2010, p. 210).

6 En el *Federalista LI* se afirma que “la mayor seguridad contra la concentración gradual de los diversos poderes en un solo departamento reside en dotar a los que administran cada departamento de los medios constitucionales y los móviles personales necesarios para resistir las invasiones de los demás” (Hamilton, Madison y Jay, 2010, p. 220).

7 Ackerman lo denomina el problema del impasse, identificando tres escenarios posibles: (i) énfasis en la negociación o la esperanza madisoniana; (ii) la ruptura constitucional o la pesadilla linziana; y (iii) la crisis de gobernabilidad.

8 En la actualidad existen diversos arreglos constitucionales que han propiciado los conflictos durante el proceso legislativo, afectando además la capacidad decisoria del legislador. Algunos ejemplos son los siguientes: (i) Las amplias atribuciones del Presidente de la República en el proceso de formación de la ley: iniciativa de ley a través de mensajes (la que es privativa respecto de determinadas materias); facultad de presentar indicaciones, urgencias e insistencias; veto presidencial (total y parcial, y en este último caso supresivo, aditivo y modificatorio), entre otras; (ii) exigencia de una regla supramayoritaria para la aprobación de normas legales que regulan un importante número de materias (tres quintos las leyes interpretativas, cuatro séptimos las leyes orgánicas constitucionales y mayoría de los parlamentarios en ejercicio en las leyes de quórum calificado); (iii) normas orgánicas y procesales aplicables al Tribunal Constitucional que han profundizado la preeminencia de un criterio político y de mérito en sus decisiones; (iv) reducida capacidad técnica del Congreso Nacional en comparación con la del ejecutivo.

sario adoptar definiciones electorales que incentiven la construcción de acuerdos al interior del Congreso Nacional y permitan al Presidente de la República contar con las mayorías parlamentarias para la aprobación de las normas que requiere la ejecución de su programa de gobierno. Como se expone en la siguiente sección, el sistema electoral que se emplee para la elección de parlamentarios es una variable importante en el logro de este propósito.

1.2.2. Semipresidencialismo

El caso emblemático de semipresidencialismo corresponde al modelo francés instaurado en 1962, año en que se introdujo una reforma a la Constitución de 1958 que estableció la elección presidencial directa. Solo a fines de la década de 1970, el semipresidencialismo será planteado por Duverger como una nueva categoría de régimen de gobierno, por lo que su desarrollo dogmático es escaso si se le compara con el presidencialismo y el parlamentarismo. Hay que considerar también que, si bien todo régimen de gobierno presenta diversas tipologías, esto se acentúa en el caso del semipresidencialismo, lo que dificulta arribar a una noción que abarque todas sus variantes y que, al mismo tiempo, exhiba un contenido suficiente respecto de sus rasgos distintivos.

A continuación, se señalan las notas características del semipresidencialismo, destacando aquellos ámbitos en los que se aprecian las principales diferencias entre los distintos diseños institucionales:

- (i) El poder ejecutivo se encuentra dividido entre un Jefe de Estado (Presidente de la República) y un Jefe de Gobierno (Primer Ministro). Se trata, por tanto, de un sistema que cuenta con un ejecutivo dual o bicéfalo. La distribución y delimitación de competencias entre ambas autoridades puede variar.
- (ii) El Presidente de la República es electo por votación popular a nivel nacional y cuenta con poderes y atribuciones efectivas⁹ (no es solo un símbolo de la unidad nacional), entre las que puede considerarse la facultad de disolver la asamblea y convocar a elecciones.
- (iii) El gobierno (el Primer Ministro y su gabinete) depende de la confianza de la asamblea. En su conformación ha de concurrir tanto la voluntad del Presidente de la República como la de la mayoría de la

asamblea; y es además políticamente responsable ante esta última.

- En cuanto a la conformación del gobierno, los poderes de ambos actores varían en cada caso. En algunos semipresidencialismos, la designación del Primer Ministro depende formalmente solo del Presidente de la República, en otros se exige la aprobación de la asamblea y una tercera opción es otorgarle al Presidente la facultad de vetar el gobierno que ha conformado la asamblea (Schleiter y Morgan-Jones, 2007, p. 521).
- Las reglas previstas para la destitución del Primer Ministro y su gabinete dan origen a dos tipos de semipresidencialismo: (i) régimen premier-presidencial, en que el gobierno es políticamente responsable solo ante la asamblea; y (ii) régimen presidencial-parlamentario, en que tanto el Presidente de la República como la asamblea pueden hacer efectiva la responsabilidad política del gobierno (Elgie, 2020). A su vez, se observan diferencias en los diseños institucionales en materia de restricciones para la procedencia de la destitución del gobierno (por ejemplo, exigir un voto de censura constructivo).

Se ha planteado que –en comparación con nuestro actual régimen presidencial– el semipresidencialismo permitiría la moderación de los poderes presidenciales como resultado de la instauración de una autoridad ejecutiva compartida, así como del fortalecimiento político del Congreso Nacional y de los partidos políticos (Nogueira, 2017, p. 55). Naturalmente que este resultado dependerá de las atribuciones que en definitiva ostente el Presidente de la República en la conformación y destitución del gobierno, así como en el proceso político y legislativo. Además, no es posible soslayar que su posición podría verse fortalecida si se le confiere la facultad –con la que no cuenta en la actualidad– de disolver la cámara política del Congreso (Fontaine, 2021, p. 86). También hay que considerar factores extraconstitucionales, ya que ante una mayoría unificada el Presidente de la República prevalecerá sobre el Primer Ministro (Sartori, 2011, p. 102).

Por su parte, el semipresidencialismo presenta la ventaja de tratarse de un régimen flexible que permite enfrentar de mejor forma que el presidencialismo un

⁹ Se ha criticado que se incluya como condición la existencia de un Presidente de la República con atribuciones “considerables” (planteada por Duverger en su formulación original), puesto que su valoración es discrecional y no depende únicamente de definiciones normativas (Elgie, 2009).

gobierno dividido (Presidente que no cuenta con una mayoría en el Congreso). En principio, la existencia de una mayoría parlamentaria contraria a la posición política del Presidente de la República no genera una parálisis del gobierno, pues la autoridad ejecutiva a quien la Constitución asigna las atribuciones gubernativas permanece en su cargo mientras mantenga la confianza de la asamblea. Si se pierde dicha confianza habrá que conformar un nuevo gobierno que cuente con el respaldo mayoritario de la asamblea. En todo caso, cabe advertir que un diseño institucional que otorgue al Presidente de la República atribuciones significativas en el proceso legislativo podría producir bloqueos análogos a los de un régimen presidencial (Schleiter y Morgan-Jones, 2007, p. 523).

Además del riesgo de la denominada “cohabitación”¹⁰, la estructura del semipresidencialismo obliga a considerar dos situaciones que no se presentan en el presidencialismo. La primera es la necesidad de contar en la asamblea con una mayoría suficiente para lograr designar o formar gobierno. La segunda es lograr sostener en el tiempo dicha mayoría a fin de evitar la inestabilidad que generan los cambios sucesivos de gobiernos que pierden la confianza de la asamblea, a lo que puede sumarse el ejercicio de la facultad presidencial de disolver la cámara política. Ambas situaciones deben abordarse tanto desde la perspectiva del diseño institucional de las atribuciones como de las definiciones electorales.

2. Sistemas electorales de asignación parlamentaria

Los sistemas electorales de asignación parlamentaria pueden ser divididos en dos familias: los sistemas mayoritarios y los sistemas proporcionales. Describiremos estos sistemas asumiendo que son aplicados en un conjunto de distritos o circunscripciones. Comenzaremos por los sistemas mayoritarios, que se caracterizan por declarar electos a los candidatos que obtienen la mayor cantidad de votos en un distrito o circunscripción. Luego, discutiremos los sistemas proporcionales, que sostienen que todos los partidos deben tener una representación parlamentaria proporcional a la fuerza electoral de cada uno de ellos. Esta fuerza se mide por la

cantidad de votos que cada partido, organizado en una lista, obtiene en un distrito o circunscripción.

Los sistemas proporcionales se dividen en tres grupos, que discutiremos en esta sección: (i) los sistemas que eligen representantes de acuerdo a la cuota de cada lista, la que se obtiene dividiendo la cantidad de votos de la lista por el total de votos emitidos en el distrito o circunscripción, y luego multiplicando por el número total de sillas a repartir. (ii) El segundo grupo de sistemas proporcionales que discutiremos es el que se basa en un método divisor cuya idea esencial es elegir una razón entre el total de votos que se emiten en un distrito o circunscripción y el total de sillas en disputa, y luego repartir esta razón o “divisor” entre las listas que compiten. Esto proporciona como resultado un cociente por lista, que se redondea hacia arriba o hacia abajo a un número entero vecino de acuerdo con una regla que depende de uno de los cinco métodos particulares que se pueden construir. (iii) El tercer grupo de sistemas proporcionales que discutiremos puede ser visto como una combinación de los dos anteriores de modo de respetar el ideal político tras el concepto de cuota, evitando la paradoja que implican los sistemas basados en cuotas. La descripción que haremos de cada uno de estos sistemas de asignación se centrará en mostrar el *rationale* de cada método, enfatizando el sentido político que tienen las propiedades matemáticas que satisfacen los mismos.

2.1. Sistemas mayoritarios

Los sistemas mayoritarios fueron aplicados en el siglo XIX, principalmente por países europeos, mucho antes que los sistemas proporcionales. Los sistemas mayoritarios se definen de la siguiente manera: se trata de un escrutinio en el que el candidato que obtiene la mayor cantidad de votos es proclamado electo. Sin embargo, las variantes de dicho escrutinio son múltiples (Cotteret y Emeri, 1994). Existen los sistemas mayoritarios unimodales, así como plurimodales. En el primero, solo se escoge un representante como, por ejemplo, la elección del Presidente de la República. En el segundo, los electores deben elegir al mismo tiempo varios representantes. Por ejemplo, si hay que escoger n representantes, cada elector debe escoger n candidatos distintos. Exis-

¹⁰ La “cohabitación” se produce cuando el Presidente de la República y el Primer Ministro pertenecen a partidos o coaliciones políticas diferentes. El riesgo entonces consiste en trasladar al interior del órgano ejecutivo las controversias y consecuentes bloqueos que en el presidencialismo se suscitan entre el Presidente y el Congreso Nacional ante un gobierno dividido. En este sentido, es fundamental que exista una clara delimitación de las competencias entre el Presidente de la República y el Primer Ministro. La existencia de poderes concurrentes en materia de gobierno y legislación puede conducir a permanentes conflictos entre ambas autoridades en la toma de decisiones (Negretto, 2007, p. 543).

ten otras variantes, como permitir que cada elector solo elija tres candidatos.

Lo que distingue los diferentes sistemas mayoritarios es la posibilidad de tener una o dos vueltas. En el caso de una vuelta, se escoge el candidato que obtuvo la mayor cantidad de votos o primera mayoría relativa. En el caso de dos vueltas, si ningún candidato obtuvo la mayoría absoluta (es decir, más de la mitad de los votos), pasan a la segunda vuelta los candidatos que obtienen la mayor cantidad de votos. Por ejemplo, en la elección de los integrantes de la Asamblea Nacional de Francia acceden a la segunda vuelta los candidatos que hayan obtenido el apoyo de a lo menos el 12,5% del Censo (Lecucq, 2020, p. 174).

a) Ventajas de los sistemas mayoritarios

La principal ventaja de los sistemas mayoritarios es su simplicidad, atributo que se sugiere para el diseño electoral en contextos de procesos de cambio constitucional (Taagepera, 2002; Ellis, 2018).

A su vez, los sistemas mayoritarios favorecerían un gobierno eficaz al ampliar la mayoría legislativa del partido ganador e incentivar sistemas bipartidistas (Dahl, 1999, p. 157), efectos que son especialmente deseables para enfrentar el riesgo de la crisis de gobernabilidad que deriva de un gobierno dividido en el presidencialismo (cuestión que, como se ha explicado, no ocurre en el semipresidencialismo). En este sentido, algunos han propuesto para el régimen presidencial chileno transitar a un sistema electoral con un componente mayoritario importante, luego de diagnosticar que los sistemas proporcionales dificultan la gobernabilidad al profundizar el multipartidismo y la fragmentación al interior del Congreso Nacional (González y Sierra, 2014¹¹; Libertad y Desarrollo, 2021).

b) Desventajas de los sistemas mayoritarios

Los sistemas mayoritarios no solo dejan a la minoría de un determinado territorio sin representación en la legislatura, sino que además son a menudo injustos o inequitativos en cuanto a la representación.

Si bien este sistema resulta equitativo o justo en un distrito, dicha equidad no se transfiere necesariamente a la representación parlamentaria en la que convergen las diferentes elecciones distritales. La distribución geográ-

fica de los votos o, más precisamente, su distribución entre los distritos puede ser de modo tal que un partido que tiene un gran número de votos en la nación o en una región puede no obtener un número correspondiente de miembros electos en el parlamento.

Ilustremos esta desventaja de los sistemas mayoritarios, adaptando un ejemplo discutido por McLaren (2010). Supongamos que hay tres partidos, A, B y C, que compiten en una elección parlamentaria, en la que hay 6.000.000 de electores repartidos por igual en 100 distritos, por lo que cada distrito tiene exactamente 60.000 electores. Por simplicidad, supongamos que esta nación se puede dividir en distritos sur y distritos norte, y que, dentro de cada una de estas zonas, los votos de cada partido se reparten equitativamente. Como se aprecia en la Tabla 1, el partido A tiene una mayoría sustancial de votos en cada uno de los 51 distritos sur, por lo que gana cada silla, obteniendo así 51 sillas. Por su parte, el partido B tiene una mayoría sustancial de votos en cada uno de los 49 distritos norte, por lo que obtiene las sillas de cada distrito, logrando así 49 sillas. Sin embargo, aunque el partido C tiene la mayoría de votos a nivel nacional (el 39%), no obtiene silla alguna. Por el contrario, el partido A que solo tiene un 30% de los votos a nivel nacional, obtuvo 51 sillas, y el partido B que obtuvo el 31% de los votos a nivel nacional, obtuvo 49 sillas¹².

Esta desventaja, que permite que una minoría tenga una mayoría en el parlamento, se ha producido en elecciones pasadas. Así, por ejemplo, en Gran Bretaña en 1951, el Partido Laborista obtuvo el 48,8% de los sufragios, contra el 47,9% que obtuvo el Partido Conservador. Sin embargo, el Partido Laborista obtuvo 295 sillas, mientras que el Partido Conservador obtuvo 321 sillas. En el caso de listas cerradas (es decir, en la que cada elector debe escoger una lista por sobre otras), en Turquía en 1954, el Partido Demócrata obtuvo el 93% de los escaños con solo un 58% de los sufragios. En las Islas Mauricio en 1982, el Movimiento Militante de Mauricio consiguió la mayoría de los votos en las 60 circunscripciones, por lo que obtuvo la totalidad de las sillas (Cotteret y Emeri, 1994, p. 52).

El inconveniente que presentan los sistemas mayoritarios se debe al hecho de que la proporción de votos de un partido puede ser la más alta en una u otra zona,

11 Se propone un sistema electoral mixto en virtud del cual dos tercios de los escaños de la Cámara de Diputados se eligen en distritos uninominales y el tercio restante por listas nacionales cerradas a través de un sistema proporcional.

12 Este fenómeno es frecuente cuando se analizan datos sociales. De hecho, se conoce como la Paradoja de Simpson.

Tabla 1. **Mayorías absolutas y representación desproporcional**

	Partido A	Partido B	Partido C	Total
51 distritos sur				
Votos	1.560.600	275.400	1.224.000	3.060.000
% votos	51	9	40	100
Sillas	51	0	0	51
49 distritos norte				
Votos	235.200	1.587.600	1.117.200	2.940.000
% votos	8	54	38	100
Sillas	0	49	0	49
Todos los distritos				
Votos	1.795.800	1.863.300	2.341.200	6.000.000
% votos	30	31	39	100
Sillas	51	49	0	100

aunque no a nivel nacional, por lo que los otros porcentajes de votos pierden importancia electoral.

c) Recomendación

La conclusión resulta evidente toda vez que se requiere respetar el pluralismo político y la equidad de la representación en la legislatura: no es recomendable proponer un sistema mayoritario para elegir a los parlamentarios, sean diputados o senadores, pues la exclusión de grupos políticos minoritarios afecta la legitimidad democrática de la toma de decisiones colectivas. A su vez, es posible que se produzca un efecto que minaría la fe pública en la representación política: que partidos que tengan representación nacional no tengan representación parlamentaria por el solo hecho de que en cada distrito no logran la mayoría de votos, aunque siempre estén muy por encima de la minoría distrital.

Por su parte, el multipartidismo que ha caracterizado a nuestro país es un supuesto que debe asumir el sistema electoral más que intentar modificarlo. Al respecto, Soto (2020 p. 144) sostiene que “cualquier modificación a este [el sistema electoral] permite suponer que mantendremos en Chile un régimen multipartidista. Que el binominal no haya logrado quebrar esa tradición es prueba de que el multipartidismo está intensamente atado a nuestra tradición”.

2.2. Sistemas proporcionales

Los sistemas proporcionales surgen como una reacción a los problemas que suscita la aplicación de un sistema

mayoritario en la elección de los integrantes del parlamento. En 1878, Víctor D’Hondt calificaba de injusto el sistema mayoritario, en boga por aquel entonces en varios países europeos:

El principio mayoritario es soberanamente injusto, y falsea completamente el régimen representativo. En efecto [...] de un colegio de 5.000 electores, ¿por qué los 2.000 liberales que, en principio, pueden pretender tener dos representantes, por qué serán privados de toda representación? Por otra parte, ¿por qué los 3.000 electores restantes que, en principio, pueden pretender tener tres representantes, por qué tendrán cinco? Se dirá: es la ley, es el efecto de la mayoría, hay igualdad para todos, cada partido tiene la oportunidad de excluir a sus adversarios, y si sucumbe, puede tomar su revancha en otra circunscripción [...] El principio mayoritario no es por sí mismo la expresión de la justicia; la mayoría es solo un número, la fuerza. Si la mayoría puede constituirse en derecho, este no es otro que el del más fuerte, nada más (D’Hondt, 1878, pp. 8-9; traducción propia).

Esta evaluación, de la cual Maza hará eco en Chile 36 años después, se tradujo en que el método que solemos llamar Coeficiente D’Hondt o Cifra Repartidora nos haya acompañado en nuestro país desde la Constitución de 1925 (Maza, 1913). De hecho, el antiguo Sistema Binominal correspondía a este mismo coeficiente, solo que aplicado a la asignación de dos sillas (San Martín, 2020).

John Stuart Mill explicaba que la representación de la

minoría potenciaba la idea de democracia, entendida como el “gobierno del pueblo por el pueblo igualmente representado” en contraste con una “democracia del pueblo por una simple mayoría del pueblo, exclusivamente representada” (Mill, 1994, p. 82). Así, en una democracia “todo partido, cualquiera que sea, deberá estar representado en una proporción no superior, sino idéntica al número de sus individuos” (Mill, 1994, p. 83; el subrayado es propio). Parece pertinente indicar acá que esta caracterización, general si se quiere, de un gobierno representativo constituye una condición necesaria para que en el espacio público, lugar en que se realiza la política (en particular, el parlamento), se asegure la pluralidad de opiniones de modo que puedan enfrentar el desafío de la construcción de “lo común” (Arendt, 2005).

La vigencia de estas consideraciones políticas depende, por tanto, de cómo caracterizar y operacionalizar la representación proporcional. Respecto de lo primero, la caracterización propuesta por D’Hont sigue resultando pertinente:

Desde un punto de vista práctico, la representación proporcional consiste en la asignación de sillas entre partidos proporcionalmente a su importancia respectiva. Todo sistema de representación proporcional debe entonces (i) determinar exactamente la fuerza electoral de los partidos. (ii) Realizar una asignación justa de sillas. No hay que olvidar (iii) establecer las reglas que

deben seguirse para la designación de los electos en cada lista, puesto que toda elección tiene por resultado la proclamación de los mandatados (D’Hondt, 1882, p. 5; traducción propia).

Sin embargo, la operacionalización de la representación proporcional es problemática. En lo que sigue queremos mostrar por qué, así como la existencia de diferentes soluciones y que cada una de estas tiene una justificación que es susceptible de ser interpretada políticamente.

2.2.1. La cuota exacta, ideal de representación proporcional parlamentaria

Siguiendo a Mill (1994), todo partido debe estar representado en una proporción idéntica al número de sus individuos. Este requerimiento se operacionaliza por medio de la cuota exacta, la que se obtiene dividiendo los votos de cada lista por el total de votos válidamente emitidos en el distrito o circunscripción, y luego multiplicándola por el número total de sillas que se deben asignar (Balinski y Young, 2001, p. 14). La cuota exacta así definida corresponde al ideal de representación proporcional y, en consecuencia, cada lista debe recibir una cantidad de sillas igual a la cuota exacta.

Por ejemplo, en la elección de convencionales constituyentes de mayo de 2021, en el Distrito 6 se eligieron ocho representantes. Competieron 10 listas; la cantidad de votos que cada lista obtuvo se detallan en la Tabla 2.

Tabla 2. Resultados de la elección de convencionales en el Distrito 6

Sigla de lista	Votos	Proporción distrital	Cuota exacta	H*	D**
S	54.314	0,1655	1,3237	1	2
XG	6.444	0,0196	0,1571	0	0
XP	54.000	0,1645	1,3161	1	1
YB	48.129	0,1466	1,173	1	1
YK	41.926	0,1277	1,0218	1	1
YQ	60.664	0,1848	1,4785	2	2
ZB	4.201	0,0128	0,1024	0	0
ZM	13.172	0,0401	0,321	0	0
ZT	30.567	0,0931	0,745	1	1
C1	14.833	0,0452	0,3615	1	0

*H: sillas obtenidas con el método de Hare, descrito más adelante.

**D: sillas obtenidas con el método de D’Hondt, descrito más adelante.

La proporción distrital corresponde a los votos que cada lista obtuvo dividido por el total de votos emitidos en el Distrito 6¹³. La cuota exacta se obtiene multiplicando estas proporciones distritales por ocho sillars. Se puede verificar que la suma de las diez cuotas exactas es igual a ocho. Pero también se puede constatar una imposibilidad: no es posible asignar a la Lista S 1,3237 sillars; no es posible asignar a la Lista ZM 0,3210 sillars. La conclusión es lapidaria:

No es posible asignar sillars y fracciones de sillars, por lo que el ideal de representación proporcional no se puede satisfacer con exactitud.

Pero esta conclusión permite explicitar el problema matemático de la asignación proporcional:

¿Cómo asignar sillars a cada lista de modo que dicha asignación sea “cercana” a la cuota exacta?

El problema matemático se manifiesta toda vez que se quiere precisar la expresión “cercana”. Y es esto lo que se ha intentado hacer en los últimos 150 años.

2.2.2. El Método de Hare o de Hamilton

Dado que la cuota exacta corresponde al ideal de representación proporcional, resulta deseable definir métodos de asignación parlamentaria que tengan como referencia la cuota exacta. La única forma de hacerlo es considerar la parte entera contenida en la cuota exacta. Así, por ejemplo, la cuota exacta de la Lista S en la Tabla 2 es igual a 1,3237, por lo que la parte entera es igual a 1. En cambio, la cuota exacta de la Lista ZM es igual a 0,3210, por lo que la parte entera es igual a 0.

a) Redondeos de la cuota exacta

El ejemplo anterior corresponde a lo que se llama redondeo por abajo de un número racional. De hecho, en aritmética existen tres tipos de redondeo, los que son importantes en esta discusión para definir algunos criterios que permitan caracterizar los métodos de asignación proporcional: sea q un número racional positivo.

- El redondeo de q por abajo corresponde al mayor número entero no negativo que es menor o igual a q . Lo denotaremos por $[q]$. Por ejemplo, $[1,3237]=1$ pues el 1 es el mayor número entero que es menor o igual a 1,3237.
- El redondeo de q por arriba corresponde al menor número entero no negativo que es mayor o igual a

q . Lo denotaremos por $\lceil q \rceil$. Por ejemplo, $\lceil 1,3237 \rceil=2$ pues el 2 es el menor número entero que es mayor o igual a 1,3237.

- El redondeo de q al entero más cercano es igual a $[q]$ si la parte decimal de q es mayor o igual a 0,5; es igual a $\lceil q \rceil$ si la parte decimal de q es menor que 0,5. En el caso que la parte decimal sea igual a 0,5, se redondea por $\lceil q \rceil$, lo que es una decisión arbitraria (Balinski y Young, 2001; Pukelsheim, 2014).

Para una escritura formal de estas definiciones, ver el Apéndice B.

b) Satisfacer la cuota exacta

Sabemos que el ideal político de la representación proporcional es imposible de satisfacer. Esta imposibilidad sugiere, como ya lo hemos indicado, definir sistemas de asignación que sean cercanos a la cuota exacta. Esto se puede precisar de la siguiente manera: denotemos por q_i la cuota exacta de la lista i -ésima y por a_i la cantidad de sillars que un método de asignación parlamentaria cualquiera le asigna a dicha lista. Entonces,

- Un sistema de asignación parlamentaria satisface la cuota por debajo si $[q_i] \leq a_i$; esto es, si a la lista i -ésima le asigna al menos una cantidad de sillars igual al redondeo por abajo de la cuota exacta.
- Un sistema de asignación parlamentaria satisface la cuota por arriba si $\lceil q_i \rceil \geq a_i$; esto es, si a la lista i -ésima le asigna a lo más una cantidad de sillars igual al redondeo por arriba de la cuota exacta.
- Un sistema de asignación parlamentaria satisface la cuota si $[q_i] \leq a_i \leq \lceil q_i \rceil$; esto es, si a la lista i -ésima le asigna al menos una cantidad de sillars igual al redondeo por abajo de la cuota exacta, y a lo más una cantidad de sillars igual al redondeo por arriba de la cuota exacta.

Para detalles, ver Balinski y Young (2001).

Un sistema de asignación parlamentaria se acerca al ideal político de la representación proporcional si satisface la cuota. Sin embargo, si satisface la cuota por arriba, entonces es un sistema de asignación que puede alejarse (dramáticamente) de dicho ideal, produciendo sobrerrepresentación. De manera similar, si dicho sistema satisface la cuota por debajo, entonces puede también alejarse (dramáticamente) del ideal, produciendo subrepresentación.

¹³ El detalle de las comunas que componen el Distrito 6, así como el nombre de cada lista, se pueden encontrar en el Apéndice A.

c) Asignación de sillas según el Método H

El método de Hare fue el método que Mill (1994) consideró el más adecuado para satisfacer su perspectiva en torno a los gobiernos representativos. Cuando se compara el algoritmo de este método con la propuesta de Hamilton hecha en 1792 en el contexto de la asignación de sillas de los Estados de la Unión proporcional a la población de cada una de ellas (Balinski y Young, 2001), podemos concluir que se trata del mismo método.

Este método, que abreviaremos por **H**, asigna las h sillas en disputa de la siguiente manera:

- Asignar a cada una de las s listas un número de sillas igual al redondeo por debajo de la cuota exacta.
- Calcular el total de sillas que resta por asignar. Llamemos a este total m .
- Ordenar las listas por orden decreciente de acuerdo con la parte decimal de cada cuota exacta.
- Asignar una silla a cada una de las listas cuyas partes decimales están entre las m mayores.

Si consideramos los votos reportados en la Tabla 2, entonces las listas S, XP, YR, YK e YQ reciben una silla cada una, pues el redondeo por debajo de las respectivas cuotas exactas es igual a uno; el resto de las listas recibe cero sillas. Restan tres sillas por asignar. Se ordenan las listas de acuerdo a la parte decimal de la cuota exacta, de mayor a menor, lo que implica el siguiente orden: ZT, YQ, C1, S, XP, ZM, YB, XG, ZB, YK. Luego, las listas ZT, YQ y C1 reciben una silla adicional. En la Tabla 2 se resumen las asignaciones obtenidas con H, las que son diferentes de las obtenidas con el método de D'Hondt, actualmente en uso¹⁴.

La importancia de este método radica en el siguiente resultado: el método de Hare o de Hamilton satisface la cuota. Sin embargo, a pesar de acercarse al ideal de la representación proporcional, este método tiene un comportamiento políticamente indeseado, lo que no lo hace recomendable para ser usado en nuestro país.

d) Nada es perfecto: la Paradoja de Alabama

Los métodos de asignación proporcional pueden usarse ya sea para asignar sillas a zonas geográficas (regiones provinciales, estados) proporcionalmente a la población de dichas zonas, así como asignar sillas a listas proporcionalmente a la cantidad de votos obtenidas por cada

lista. El problema aritmético es exactamente el mismo. Pues bien, entre los años 1852 y 1902, la Cámara de Representantes en Estados Unidos aumentó su cantidad de sillas de 234 a 386. Este aumento, que se debió al crecimiento de la población y la subsecuente movilidad interestatal, motivó al Bureau del Censo a publicar tablas con el número de sillas que le correspondería a cada estado en función de diversos tamaños de la Cámara de Representantes, tomando como insumo los censos poblacionales.

Así, usando el censo de 1870, el Bureau del Censo calculó la asignación de sillas, usando el método H, que le correspondía a cada estado si la Cámara de Representantes variaba de tamaño, entre 241 y 300 sillas. Al examinar los resultados, se constató que, si se asignaban 270 sillas, el Estado de Rhode Island recibiría dos, pero si se asignaban 280 sillas, Rhode Island disminuiría su asignación a una silla. El fenómeno anterior fue nuevamente observado por C. W. Seaton, director del Bureau del Censo, al usar los datos del censo de 1880. Para proveer información al Congreso, Seaton calculó las asignaciones usando el método H para todos los tamaños de la Cámara que están entre 275 y 350 sillas. En una carta dirigida al Congreso el 25 de octubre de 1881, afirmaba:

Mientras hacía los cálculos, me encontré con la llamada Paradoja de Alabama: Alabama recibe ocho sillas de un total de 299, pero recibe siete de un total de 300. Este resultado es una prueba conclusiva de que el proceso empleado para obtener [la asignación] es defectuoso, y que por tanto no “asigna representantes entre los Estados de acuerdo a sus respectivos números” (citado por Balinski and Young, 2001, p. 38).

Así, el método H, a pesar de satisfacer la cuota, exhibe este fenómeno indeseado. Es más, se ha demostrado que, para al menos tres estados (o tres listas), siempre existirá un tamaño del congreso, cámara o parlamento que producirá la Paradoja de Alabama (Saari, 2012).

¿En qué sentido la Paradoja de Alabama resulta un criterio relevante a la hora de recomendar el uso del método H para asignar sillas proporcionalmente al total de votos que cada lista obtiene en un distrito o circunscripción determinados? Respondamos usando los votos resumidos en la Tabla 2. La Tabla 3 muestra la evolución de la asignación de sillas a medida que aumentan las sillas

14 El lector interesado puede encontrar una demostración de este resultado en el Apéndice C.

por asignar: se puede observar que, cuando se asignan ocho sillas (como fue el caso en la elección de convencionales de mayo de 2021), el candidato independiente C1 obtiene una silla. Pero si dicho distrito hubiese asig-

nado nueve sillas, entonces el candidato C1 no hubiese obtenido silla alguna, mientras que la lista XP hubiese aumentado en una silla su asignación. Esto corresponde a la Paradoja de Alabama.

Tabla 3. **Evolución de la asignación de sillas en el Distrito 6**

Sigla de lista	Votos	h=3	h=4	h=5	h=6	h=7	h=8	h=9	h=10
S	54.314	1	1	1	1	1	1	2	2
XG	6.444	0	0	0	0	0	0	0	0
XP	54.000	1	1	1	1	1	1	2	2
YB	48.129	0	1	1	1	1	1	1	2
YK	41.926	0	0	1	1	1	1	1	1
YQ	60.664	1	1	1	1	1	2	2	2
ZB	4.201	0	0	0	0	0	0	0	0
ZM	13.172	0	0	0	0	0	0	0	0
ZT	30.567	0	0	0	1	1	1	1	1
C1	14.833	0	0	0	0	1	1	0	0

e) Recomendación

Dada la incerteza inherente al método H, y a pesar de que satisface la cuota, la recomendación es no usar dicho método para asignar representantes al parlamento. La Paradoja de Alabama muestra que siempre habrá un total de sillas que resultará eventualmente más conveniente para una lista que para otra. De ahí, entonces, que si la asignación parlamentaria se realiza usando el método H, toda lista puede preguntarse, tras unas elecciones ya realizadas, si con el mismo número de votos hubiese obtenido una mayor representación parlamentaria en caso de haber existido una cantidad menor de sillas a repartir. El solo hecho de que una lista pueda perder una silla porque el número total de escaños a repartir se incrementa, es razón suficiente para declarar como políticamente inaceptable el método de Hare o Hamilton.

2.2.3. Sistemas proporcionales de asignación h-monótonos

El efecto indeseado que produce el método de Hare o Hamilton impone un requerimiento mínimo a todo sistema de asignación proporcional: si el número de

escaños a repartir aumenta en una silla, entonces una y solo una lista verá aumentada su asignación, mientras que el resto mantendrá la asignación recibida antes de dicho incremento. Esta propiedad se conoce como *h-monotonicidad*¹⁵.

a) Proceso iterativo

La propiedad de *h-monotonicidad* se operacionaliza una vez que los sistemas de asignación proporcional parlamentaria se conciben como procesos iterativos de asignación de sillas; esto es, dados los votos obtenidos:

- **Paso 0:** se establece un mínimo de sillas para cada lista al inicio del proceso. Algunos métodos establecen que todas las listas comienzan sin sillas; otros métodos establecen que todas las listas comienzan con una silla (en este último caso, restan *h-s* sillas por repartir, donde *s* denota el total de listas en disputa).
- **Paso 1:** entre las sillas que quedan por repartir, se asigna la primera a una lista determinada.
- **Paso 2:** entre las sillas que quedan por repartir, se asigna la segunda a una lista determinada, teniendo

¹⁵ El lector interesado en una definición formal puede consultar el Apéndice D.

en cuenta las sillas que cada una de las listas ya ha obtenido.

- **Paso 3:** entre las sillas que quedan por repartir, se asigna la tercera a una lista determinada, teniendo en cuenta las sillas que cada una de las listas ya ha obtenido.
- Y así sucesivamente hasta repartir las h sillas.

b) Pilares de los sistemas proporcionales de asignación

Sin embargo, el proceso iterativo plantea una pregunta fundamental: en cada iteración, es necesario elegir una lista a la cual asignarle una silla: ¿cuál es el criterio que se utiliza para determinar dicha lista?

La respuesta a esta pregunta es lo que diferencia un sistema de asignación proporcional monótono de otro, además de explicitar el significado que cada sistema le otorga a la noción de proporcionalidad. La teoría matemática que subyace, debida a Huntington (1921, 1928), se construye sobre dos pilares fundamentales. Supongamos que se tienen dos listas: la primera obtuvo p_1 votos, lo que le permitió obtener a_1 sillas; la segunda obtuvo p_2 votos, lo que a su vez le permitió obtener a_2 sillas. Entonces:

Pilar 1: Si la asignación de sillas fuese perfecta, se tendría que

$$\frac{p_1}{a_1} = \frac{p_2}{a_2}; \quad (1)$$

es decir, una noción específica de proporcionalidad: que el número de votos por silla para la Lista 1 es igual al número de votos por silla para la Lista 2. Esta igualdad puede también expresarse de formas

$$(i) \text{ entre } \frac{p_1}{a_1} \text{ y } \frac{p_2}{a_2}; \text{ o } (ii) \text{ entre } \frac{a_1}{p_1} \text{ y } \frac{a_2}{p_2}; \text{ o } (iii) \text{ entre } a_1 \text{ y } a_2 \frac{p_1}{p_2}; \text{ o } (iv) \text{ entre } a_2 \text{ y } a_1 \frac{p_2}{p_1} \quad (3)$$

equivalentes:

$$(i) \frac{a_1}{p_1} = \frac{a_2}{p_2}; \quad (ii) a_1 = a_2 \frac{p_1}{p_2}; \quad (iii) a_2 = a_1 \frac{p_2}{p_1}. \quad (2)$$

Cada una de estas igualdades también representan una noción específica de proporcionalidad:

1. La igualdad (2.i) significa que el número de sillas por voto es igual para ambas listas.
2. La igualdad (2.ii) significa que el número de sillas de la Lista 1 debe ser igual al número de sillas de la Lista 2 ponderada por la razón de votos de la Lista 1 respecto de la 2. Si esta razón es menor que 1, el número de sillas que recibe la Lista 1 debe ser menor que el número de sillas que recibe la Lista 2. Por el contrario, si esta razón es mayor que 1, el número de sillas que recibe la Lista 1 debe ser mayor que el número de sillas que recibe la Lista 2.
3. La igualdad (2.iii) significa que el número de sillas de la Lista 2 debe ser igual al número de sillas de la Lista 1 ponderada por la razón de votos de la Lista 2 respecto de la 1. Si esta razón es menor que 1, el número de sillas que recibe la Lista 2 debe ser menor que el número de sillas que recibe la Lista 1. Por el contrario, si esta razón es mayor que 1, el número de sillas que recibe la Lista 2 debe ser mayor que el número de sillas que recibe la Lista 1.

Sin embargo, en la práctica, estas igualdades son imposibles de satisfacer pues el número de sillas debe siempre ser un número entero. En consecuencia, una lista va a estar sobrerrepresentada, mientras que la otra estará subrepresentada. Por lo tanto, las desigualdades:

pueden ser tomadas como diferentes cantidades de inequidad de la representación proporcional entre las dos listas.

Pilar 2: Supongamos que, en el proceso iterativo de asignación, la Lista 1 ha obtenido a_1 sillas y la Lista 2, a_2 sillas. Corresponde asignar la siguiente silla. Dos escenarios se deben considerar:

- **Escenario 1:** la silla se asigna a la Lista 1, por lo que tendría a_1+1 sillas, mientras que la Lista 2 continúa con las a_2 sillas ya obtenidas. Bajo estas circunstancias, suponemos que la Lista 1 queda sobrerrepresentada, mientras que la Lista 2, subrepresentada.
- **Escenario 2:** la silla se asigna a la Lista 2, por lo que tendría a_2+1 sillas, mientras que la Lista 1 continúa con las a_1 sillas ya obtenidas. Bajo estas circunstancias, se invierten las representaciones proporcionales gracias a la transferencia de la silla en cuestión: ahora la Lista 1 queda subrepresentada, mientras que la 2, sobrerrepresentada.

Se calcula la cantidad de inequidad en la representación tanto para el Escenario 1 como para el Escenario 2. Con esta base, se establece el siguiente criterio de asignación:

Si la inequidad en la representación proporcional es menor en el Escenario 1 que en el Escenario 2, la silla se asigna a la Lista 1. Si, por el contrario, la inequidad en la representación proporcional en el Escenario 1 es mayor que la inequidad en el Escenario 2, la silla se asigna a la Lista 2.

Cada método de asignación escoge uno y solo uno de los pares de cantidades en (3), por lo que hay cuatro formas de concebir la inequidad en la representación proporcional. Resta explicitar la función que permita cuantificar dicha cantidad de inequidad en la representación. Se han propuesto dos funciones:

1. La diferencia absoluta entre dos números reales x e y , esto es, $|x-y|$.
2. La diferencia relativa entre dos números reales x e y , esto es, $\frac{|x-y|}{\min\{x,y\}}$. Esto significa que se expresa la diferencia entre dos números en términos del más pequeño¹⁶.

Por lo tanto, un sistema de asignación proporcional está caracterizado por: (a) una noción específica de proporcionalidad, que corresponde a elegir el par de cantidades en (3) para cuantificar la inequidad; y (b) por la función que se utiliza, ya sea la diferencia absoluta o la diferencia relativa, para efectivamente cuantificar dicha inequidad. La combinación de (a) y (b) permite derivar divisores que dependen del número de sillas: los divisores son una función que toma valores en los números enteros positivos, incluyendo el cero, y entregan un valor real positivo; es por ello que los denotamos por $d(a)$ con a un número entero positivo o cero, que representa el número de sillas. Así, si

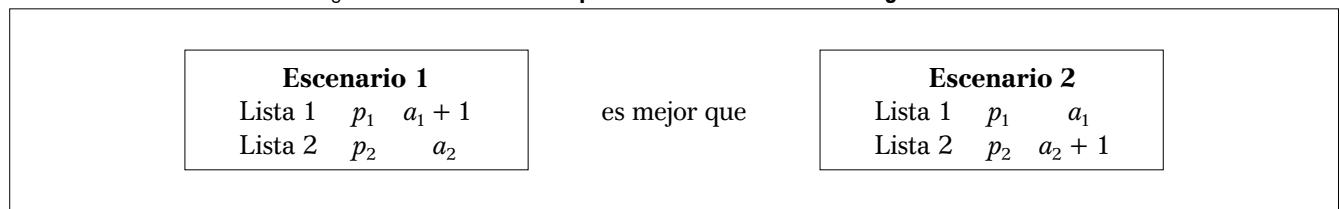
$$\frac{p_1}{d(a_1)} > \frac{p_2}{d(a_2)} \tag{4}$$

entonces, en el proceso iterativo mencionado anteriormente, la Lista 1 tiene prioridad por sobre la Lista 2 para recibir una silla.

c) Los cinco métodos de Huntington

Usemos el Pilar 2 antes descrito: en el proceso iterativo de asignación se va a asignar una silla. En el Escenario 1, se le asigna a la Lista 1, la cual queda sobrerrepresentada respecto de la Lista 2, que queda subrepresentada. En el Escenario 2, en cambio, la Lista 2 recibe la silla y queda sobrerrepresentada respecto de la Lista 1. Supongamos que el Escenario 1 es mejor que el Escenario 2, tal y como se enuncia en la Figura 1, lo que significa que la inequidad en la representación del Escenario 1 es menor que la inequidad en la representación del Escenario 2.

Figura 1. **Dos escenarios posibles al momento de asignar una silla**



¹⁶ En general, estamos acostumbrados a medir diferencias entre cantidades usando la diferencia absoluta. Por ejemplo, supongamos que queremos saber cuál es la diferencia absoluta entre el ingreso promedio del sector más pobre de la población y el ingreso promedio del sector más rico de la población. Si el primer promedio es de \$100.000 por persona y el segundo, de \$10.000.000 por persona, entonces la diferencia absoluta es de \$9.900.000 por persona. Si reportamos esta diferencia absoluta (que está en unidades de pesos chilenos) a una persona de otro país, difícilmente podrá captar qué significa dicha diferencia. Ahora bien, la diferencia relativa entre estas dos cantidades de ingresos es igual a 99 (así, sin unidad), lo que significa que la diferencia que hay entre el ingreso de los más pobres y el de los más ricos es 99 veces el ingreso de los más pobres: esto último sí podrá ser interpretado por cualquier persona.

1. Si se calcula la inequidad en la representación usando la diferencia relativa entre las cantidades en (3.i), se obtiene el divisor $d(a) = [a(a + 1)]^{1/2}$.

Esto define el método de Iguales Proporciones o método de Hill, que abreviamos con la sigla EP.

2. Si se calcula la inequidad en la representación usando la diferencia absoluta entre las cantidades en (3.i), se obtiene el divisor

$$d(a) = \frac{2a(a + 1)}{2a + 1}$$

Esto define el método Dean o de Media Armónica, que abreviamos con la sigla HM.

3. Si se calcula la inequidad en la representación usando la diferencia absoluta entre las cantidades en (3.ii), se obtiene el divisor

$$d(a) = a + \frac{1}{2}$$

Esto define el método de Webster, o fórmula de Saint-Laguë, o de Fracciones Mayores, que abreviamos con la sigla W.

4. Si se calcula la inequidad en la representación usando la diferencia absoluta entre las cantidades en (3.iii), se obtiene el divisor $d(a) = a$.

Esto define el método de Adams o de Pequeños Divisores, que abreviamos con la sigla A.

5. Si se calcula la inequidad en la representación usando la diferencia absoluta entre las cantidades en (3.iv), se obtiene el divisor $d(a) = a + 1$.

Esto define el método de Jefferson, o de D'Hondt, o de Mayores Divisores, o de la *Plus Forte Moyenne*, o Cifra Repartidora, que abreviamos con la sigla D.

Usando estos divisores y el criterio establecido en la desigualdad (4), la Tabla 4 resume el criterio de priorización que caracteriza a cada método de asignación proporcional¹⁷.

Tabla 4. **Caracterización de los métodos proporcionales como métodos divisores**

Método	Comparación usando un divisor
A	$\frac{p_1}{a_1} > \frac{p_2}{a_2}$
HM	$\frac{\frac{p_1}{2a_1(a_1 + 1)}}{2a_1 + 1} > \frac{\frac{p_2}{2a_2(a_2 + 1)}}{2a_2 + 1}$
EP	$\frac{p_1}{[a_1(a_1 + 1)]^{1/2}} > \frac{p_2}{[a_2(a_2 + 1)]^{1/2}}$
W	$\frac{p_1}{a_1 + \frac{1}{2}} > \frac{p_2}{a_2 + \frac{1}{2}}$
D	$\frac{p_1}{a_1 + 1} > \frac{p_2}{a_2 + 1}$

Algunos detalles de las condiciones históricas que les dieron origen pueden hallarse en Balinski y Young (2001).

Un par de observaciones adicionales: los métodos EP, A y HM tienen divisores $d(a)$ tales que $d(0)=0$, mientras que los métodos W y D tienen divisores $d(a)$ tales que $d(0)>0$. Esto tiene una implicancia importante: en el procedimiento iterativo de asignación de sillas, los mé-

todos EP, A y HM comienzan asignando una silla a cada lista, mientras que los métodos W y D no asignan sillas al inicio del procedimiento. Este solo hecho conlleva una recomendación:

Toda vez que se opte por los métodos proporcionales EP, A y HM, es necesario acotar el número de listas que pueden competir en un distrito o circunscripción.

17 El lector interesado en revisar las derivaciones de los divisores puede consultar el Apéndice E.

Si así no fuese, entonces podría ocurrir que compitan tantas listas como escaños a repartir hay, lo que implicaría que cada lista obtendría una silla independiente del número de votos que hayan obtenido, lo cual rompe con el sentido político de la representación proporcional.

d) Ilustración con el Método de D'Hondt

Resulta pertinente aquí recordar el modo en que el método de D'Hondt es presentado. El artículo 121 del Decreto con Fuerza de Ley N° 2, que fija el texto refundido, coordinado y sistematizado de la Ley N° 18.700, orgánica constitucional sobre votaciones populares y escrutinios, lo presenta así:

Se aplicará el sistema electoral de coeficiente D'Hondt, para lo cual se procederá de la siguiente manera:

- a) Los votos de cada lista se dividirán por uno, dos, tres y así sucesivamente hasta la cantidad de cargos que corresponda elegir.
- b) Los números que han resultado de estas divisiones se ordenarán en orden decreciente hasta el número correspondiente a la cantidad de cargos que se eligen en cada distrito electoral o circunscripción senatorial.
- c) A cada lista o pacto electoral se le atribuirán tantos escaños como números tenga en la escala descrita en la letra b).

Esta forma de presentación hace explícito, en algún grado, el procedimiento iterativo de asignación de escaños y el divisor que se utiliza. En efecto, de acuerdo con el

método de D'Hondt, al inicio del proceso iterativo todas las listas parten con cero sillas, por lo que las listas se compararán usando los cocientes

$$\frac{p_i}{1 + 0}, \quad i = 1, 2, \dots, s.$$

Esto explica por qué el texto legal dice que “los votos de cada lista se dividirán por uno”. Si continuamos con el procedimiento iterativo, una de las listas ha recibido ya la primera silla. Supongamos que dicha lista es la Lista 1. Al momento de asignar la segunda silla, se debe comparar el cociente

$$\frac{p_1}{1 + 1} = \frac{p_1}{2}$$

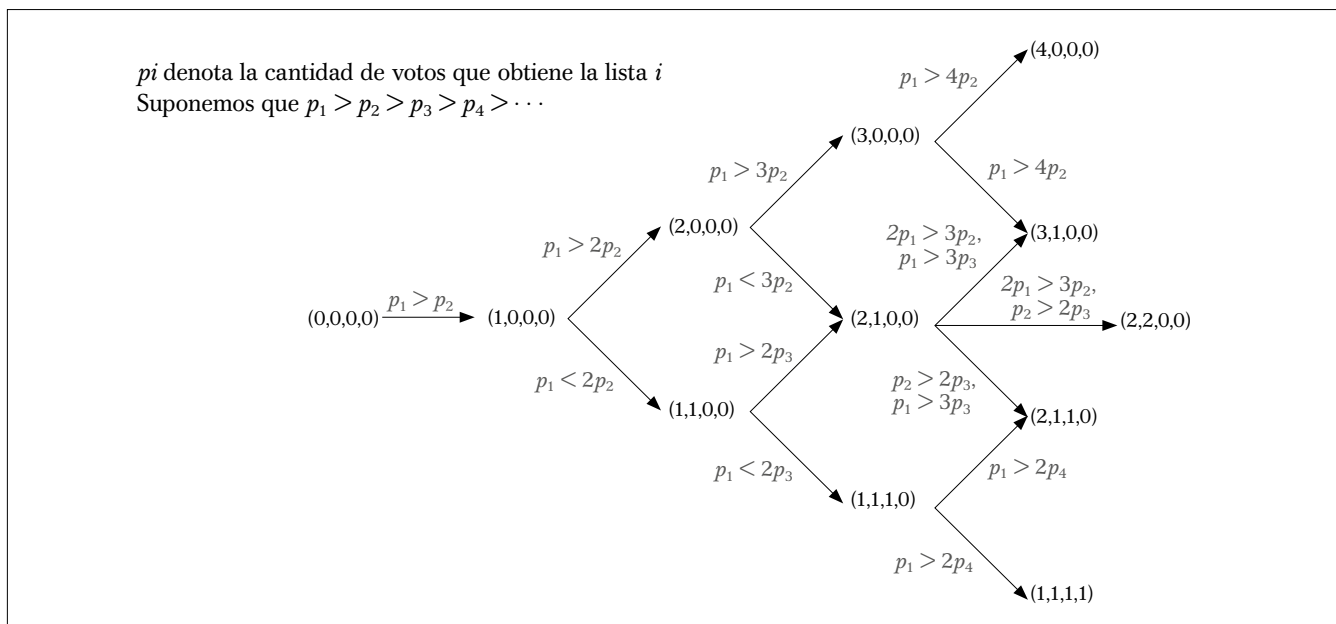
con los cocientes

$$\frac{p_i}{1}, \quad i = 2, 3, \dots, s.$$

Entonces la Lista 1 se llevará la nueva silla si los votos que ha obtenido doblan los votos obtenidos por cada lista; en caso contrario, recibirá una silla la Lista j que tenga una cantidad de votos tales que

$$p_j > \frac{p_1}{2}.$$

El grafo adjunto permite observar las diferentes formas en que evolucionaría el procedimiento iterativo de asignación de sillas con el método de D'Hondt. En dicho grafo, hemos ilustrado lo que ocurre con cuatro listas; la tupla $(0,0,0,0)$ significa que las cuatro listas comienzan con cero sillas; la tupla $(1,0,0,0)$ significa que la Lista 1 obtuvo una silla, mientras que las restantes no obtuvieron silla alguna. Dejamos al lector extraer conclusiones de este grafo.



e) **Ejemplos de asignaciones de sillas usando los métodos de Huntington**

La teoría matemática antes esbozada nos permite concluir que el objetivo de la asignación de sillas es lograr que la representación proporcional sea lo menos inequitativa posible. Ilustremos las asignaciones que se obtienen al aplicar estos métodos a las votaciones obtenidas en el Distrito 6 en la elección de mayo de 2021. En la Tabla 5 se aprecian dichas asignaciones¹⁸: no hay diferencias entre los métodos D y W, mientras que, como ya ha sido mencionado, los métodos A, HM y EP propor-

cionan una silla a cada lista independiente de los votos que cada una obtuvo. Si, por el contrario, se asignasen 15 sillas, la Tabla 6 muestra, por un lado, que las asignaciones proporcionadas por los diferentes métodos no son equivalentes y, por otro lado, cuando se asignan más sillas que listas en competencia, los métodos A, HM y EP asignan a algunas listas más de una silla, aunque en este caso no se diferencian entre sí. Pero cuando se asignan 34 o 51 sillas, las Tablas 7 y 8 muestran que todas las asignaciones difieren entre sí.

Tabla 5. **Asignación de $h=8$ escaños con diferentes sistemas proporcionales, Distrito 6**

Sigla de lista	Cuota exacta	D	A	HM	EP	W	Q
S	1,324	2	1	1	1	2	2
XG	0,157	0	1	1	1	0	0
XP	1,316	1	1	1	1	1	1
YB	1,173	1	1	1	1	1	1
YK	1,022	1	1	1	1	1	1
YQ	1,478	2	1	1	1	2	2
ZB	0,102	0	1	1	1	0	0
ZM	0,321	0	1	1	1	0	0
ZT	0,745	1	1	1	1	1	1
C1	0,362	0	1	1	1	0	0

Tabla 6. **Asignación de $h=15$ escaños con diferentes sistemas proporcionales, Distrito 6**

Sigla de lista	Cuota exacta	D	A	HM	EP	W	Q
S	2,482	3	2	2	2	3	3
XG	0,294	0	1	1	1	0	0
XP	2,468	3	2	2	2	2	3
YB	2,199	3	2	2	2	2	3
YK	1,916	2	2	2	2	2	2
YQ	2,772	3	2	2	2	3	3
ZB	0,192	0	1	1	1	0	0
ZM	0,602	0	1	1	1	1	0
ZT	1,397	1	1	1	1	1	1
C1	0,678	0	1	1	1	1	0

18 El método Q será tratado en la Sección 2.2.3.g.

Tabla 7. Asignación de $h=34$ escaños con diferentes sistemas proporcionales, Distrito 6

Sigla de lista	Cuota exacta	D	A	HM	EP	W	Q
S	5,626	6	5	6	6	6	6
XG	0,667	0	1	1	1	1	0
XP	5,593	6	5	5	5	6	6
YB	4,985	5	5	5	5	5	5
YK	4,343	5	4	4	4	4	5
YQ	6,284	7	6	6	6	6	7
ZB	0,435	0	1	1	1	0	0
ZM	1,364	1	2	1	1	1	1
ZT	3,166	3	3	3	3	3	3
C1	1,536	1	2	2	2	2	1

Tabla 8. Asignación de $h=51$ escaños con diferentes sistemas proporcionales, Distrito 6

Sigla de lista	Cuota exacta	D	A	HM	EP	W	Q
S	8,439	9	8	8	8	8	9
XG	1,001	1	1	1	1	1	1
XP	8,390	8	8	8	8	8	8
YB	7,478	8	7	8	8	8	8
YK	6,514	6	7	7	7	7	6
YQ	9,425	10	9	9	9	9	10
ZB	0,653	0	1	1	1	1	0
ZM	2,047	2	2	2	2	2	2
ZT	4,749	5	5	5	5	5	5
C1	2,305	2	3	2	2	2	2

Cabe preguntarse si se justifica mostrar escenarios de asignación parlamentaria con tal cantidad de sillars a repartir. Una justificación plausible es la siguiente: en las constituciones de 1833 y 1925 se explicitaron reglas para fijar y eventualmente actualizar el número de representantes por zona electoral. En la Constitución de 1833 se estableció que por departamento se escogería un diputado cada “veinte mil almas, y por una fracción que no baje de diez mil” (art. 19); en la Constitución de 1925, se estableció que se escogería un diputado por departamento “por cada treinta mil habitantes, y por una fracción que no baje de quince mil” (art. 37)¹⁹. Así, si aplicásemos el criterio de la Constitución de 1833 al Distrito 6, que cuenta con 1.017.392 habitantes, enton-

ces habría que repartir 51 escaños, mientras que si aplicamos el criterio de la Constitución de 1925, habría que repartir 34 sillars.

Todas las consideraciones anteriores nos permiten realizar una sugerencia más:

No utilizar en la nueva Constitución el sintagma sistema proporcional de asignación parlamentaria como si tuviese un significado unívoco. De hecho, si dicho sintagma se utiliza, es necesario explicitar que puede ser satisfecho por más de un método de asignación. Si, por el contrario, se quiere acotar su significado, es necesario añadir determinadas propiedades que caractericen los sistemas de asignación proporcional.

¹⁹ Estas regulaciones exigen usar los censos; de hecho, una de las funciones de los censos fue precisamente establecer la cantidad de habitantes por departamento para establecer la representatividad política de los mismos; para detalles, ver San Martín (2010).

f) Propiedades de los sistemas proporcionales de asignación

La recomendación anterior tiene sentido si podemos describir a qué propiedades nos referimos. En los sistemas de gobierno representativo, los partidos están sujetos a ciertas dinámicas: se pueden agrupar con propósitos electorales, pero también pueden dividirse. Las propiedades de los métodos usados para asignar sillas bien podrían tener consecuencias para esta tendencia a formar coaliciones o a dividirse. Por lo tanto, la pregunta es la siguiente:

¿Cómo se compara el número de sillas asignadas usando el total de votos obtenidos por dos partidos con el número de sillas asignadas a cada partido por separado?

La relevancia de esta pregunta es independiente de cualquier formación de coalición o división que pueda producirse en un parlamento después de las elecciones. En cambio, constituye un incentivo estructural subyacente para la formación de partidos más grandes o más pequeños antes de las elecciones. Este tipo de incentivo es más institucional que psicológico y no se puede esperar que sea directamente observable en unas determinadas elecciones. Más bien, constituye una base normativa para el diseño de los sistemas de representación proporcional (Balinski y Young, 1978).

(i) Estabilidad

Consideremos un método de asignación proporcional cualquiera, que llamaremos M. Supongamos que se asignan a_1 sillas a una lista o partido que tiene p_1 votos, y se asignan a_2 sillas a una lista o partido que tiene p_2 votos. Supongamos, por otro lado, que las dos listas o partidos se coalicionan, por lo que tienen p_1+p_2 votos. Un método de asignación M cualquiera es estable si asigna a la lista o partidos coalicionados no más de a_1+a_2+1 sillas, y no menos de a_1+a_2-1 sillas.

El significado de esta condición es que las asignaciones que se hacen a listas o partidos por separado no sean muy diferentes a lo que recibirían en caso de coalicionarse. Si este no fuera el caso, entonces el método de asignación

tendería a incentivar coaliciones y divisiones de partidos, lo que políticamente se asocia a inestabilidad.

Existe un criterio que permite concluir si un método de asignación proporcional caracterizado por un divisor es estable o no. Cuando el divisor $d(a)$ satisface la siguiente desigualdad:

$$d(a_1 + a_2) \leq d(a_1) + d(a_2) \leq d(a_1 + a_2 + 1)$$

entonces el método de asignación parlamentaria es estable; para detalles, ver Balinski y Young (2001).

Se puede chequear que los métodos EP, HM, W, A y D son estables. También el método de Hare o Hamilton es estable. Desde una perspectiva política, esto significa que, si se opta por cualquiera de estos métodos, se evita la inestabilidad de incentivar a la vez coaliciones y divisiones de partidos. Esto lo dejamos plasmado en la siguiente recomendación:

Si se quiere evitar que un método de asignación parlamentaria produzca inestabilidad, incentivando a la vez divisiones y coaliciones entre partidos, es recomendable escoger uno de los sistemas proporcionales de asignación que están descritos en la Tabla 4.

(ii) Coaliciones y divisiones

A pesar que EP, HM, W, A y D son estables, algunos de estos métodos incentivan las coaliciones, otros las divisiones y otros son neutros. Supongamos nuevamente que se asignan a_1 sillas a una lista o partido que tiene p_1 votos, y se asignan a_2 sillas a una lista o partido que tiene p_2 votos. Supongamos, por otro lado, que las dos listas o partidos se coalicionan, por lo que tienen p_1+p_2 votos.

1. Un método cualquiera M incentiva las coaliciones si a la lista o partido coalicionado le asigna al menos a_1+a_2 sillas. Se puede demostrar que, entre los métodos proporcionales caracterizados por un divisor, el único método que incentiva las coaliciones es el método D. Para ilustrar esta propiedad, consideremos los resultados obtenidos por las listas de partidos que compitieron por los seis escaños del Distrito 11 en la elección de diputados de 2017²⁰:

20 El significado de las siglas se puede hallar en el Apéndice A.

Tabla 9. **Asignación de $h=6$ escaños en el Distrito 11 de acuerdo a D**

Lista	Votos	Proporción distrital	Cuota exacta	Sillas asignadas
B	6.745	0,018	0,11	0
G	63.942	0,170	1,02	1
M	2.590	0,007	0,04	0
N	41.036	0,109	0,65	0
O	24.854	0,066	0,4	0
P	237.460	0,630	3,78	5
Total	376.627	1,000	6	6

Tabla 10. **Asignación de $h=6$ escaños en el Distrito 11 de acuerdo a D bajo la coalición N+O**

Lista	Votos	Sillas asignadas
B	6.745	0
G	63.942	1
M	2.590	0
N + O	65.890	1
P	237.460	4

Si en dicha elección, las listas N y O, que inicialmente fueron por separado y no obtuvieron escaños, hubiesen ido juntas, entonces, asumiendo que el comportamiento de los electores hubiese sido el mismo, se obtendrían los resultados que aparecen en la Tabla 10. En este escenario, la Lista P hubiese obtenido solo cuatro escaños, mientras que la coalición N + O (que básicamente correspondería a la ex-Concertación) hubiese obtenido un escaño.

- Un método cualquiera M incentiva las divisiones si a la lista o partido coalicionado le asigna a lo más a_1+a_2 sillas. Se puede demostrar que, entre los métodos proporcionales caracterizados por un divisor, el único método que incentiva las divisiones es el método A.
- Otra manera de concebir el fenómeno de coaliciones y divisiones es preguntar si existe un método de asignación proporcional caracterizado por un divisor que sea coalición-neutro, en el sentido de que una coalición de dos partidos tiene las mismas posibilidades de ganar un escaño que de perderlo. Se puede probar que el método W es el único método proporcional caracterizado por un divisor que es coalición-neutro. Para detalles, ver Balinski y Young (2001).

(iii) *Respetar la cuota*

Es importante examinar la relación que hay entre los métodos discutidos hasta ahora y la cuota exacta que, aunque imposible de satisfacer en la práctica, sigue siendo el ideal político de la representación proporcional. Usando las definiciones introducidas en la Sección 2.2.2.b, se puede afirmar que

- El método D es el único método proporcional caracterizado por un divisor que satisface la cuota por debajo; esto es, que las asignaciones que se obtienen con D al menos serán iguales al redondeo por abajo de la cuota exacta. Un ejemplo de esta propiedad se puede ver en la Tabla 9: la cuota exacta de la lista P es 3,78. El redondeo por abajo es igual a 3. El método D le asignó cinco sillas: se respetó por debajo la cuota exacta.
- El método A es el único método proporcional caracterizado por un divisor que satisface la cuota por arriba; esto es, que las asignaciones que se obtienen con A a lo más serán iguales al redondeo por arriba de la cuota exacta.

(iv) Sesgo

Resulta interesante también saber si alguno de los cinco métodos de asignación proporcional caracterizados por un divisor tiende a favorecer a los partidos “grandes” en desmedro de los “pequeños” o, dicho en otros términos, si son sesgados en favor de unos en desmedro de otros.

Es posible precisar estas consideraciones de la siguiente manera: consideremos dos métodos de asignación, que denotaremos por M y M'. Supongamos que hay dos listas que obtuvieron p_1 y p_2 votos, respectivamente. Las asignaciones que se obtienen con el método M son a_1 y a_2 sillars, respectivamente; las asignaciones que se obtienen con el método M' son a'_1 y a'_2 sillars, respectivamente. Supongamos que la Lista 1 obtiene menos votos que la Lista 2, esto es, $p_1 < p_2$, por lo que la Lista 1 es “pequeña” en comparación con la Lista 2. Decimos que el método M' favorece las listas pequeñas relativamente más que el método M si

$$a'_1 \geq a_1 \quad \text{o} \quad a'_2 \leq a_2.$$

Es decir, el método M' o le asigna a la lista “pequeña” al menos la misma cantidad de sillars que le asigna el método M, o el método M' le asigna a la lista “grande” a lo más la misma cantidad de sillars que le asigna el método M.

Escribamos $M' > M$ cuando el método M' favorece las listas pequeñas relativa más que el método M. Entonces se puede demostrar que

$$A > HM > EP > W > D.$$

Para detalles, ver Balinski y Young (2001).

Así, el método D es el método que no favorece a los partidos pequeños como lo hacen los restantes métodos.

(v) Recomendaciones

En base a la discusión anterior, podemos realizar las siguientes recomendaciones:

Si se quiere incentivar las coaliciones por razones electorales y, por tanto, favorecer a los partidos “grandes”, hay que escoger como método de asignación el método D. De hecho, las asignaciones con este método pueden alejarse (dramáticamente) de dicho ideal, produciendo sobrerrepresentación respecto del ideal de la representación proporcional.

Si se quiere un método que sea neutro respecto de las coaliciones, entonces hay que escoger el método W.

Si se quiere incentivar una suerte de atomización política y, por tanto, favorecer a los partidos “pequeños”, hay que escoger el método A. De hecho, las asignaciones con este método pueden alejarse (dramáticamente) del ideal proporcional, produciendo subrepresentación respecto de la representación proporcional ideal. Además, si se optase por un método como este, es necesario tener en cuenta que el mismo comienza asignando una silla a cada lista, lo que exige limitar la cantidad de listas que puedan competir en un distrito o circunscripción, a la vez de procurar una cantidad importante de escaños por repartir.

g) h-monotonicidad y respetar la cuota: ¿una posibilidad de reconciliación?

Tomando en cuenta toda la discusión que hemos desarrollado, podemos constatar una tensión entre la h-monotonicidad y respetar la cuota exacta. Así, si se asignan sillars con el método de Hare o Hamilton, satisfacemos el ideal político de la representación proporcional, pero también estamos seguros de que se producirá la Paradoja de Alabama, lo que resulta indeseado para las listas que compiten por escaños. Esto conllevó el desarrollo de métodos caracterizados por divisores que sean h-monótonos, pero con un alto costo: no satisfacer la cuota exacta, lo que significa perder de vista el ideal de la representación proporcional.

La pregunta natural es la siguiente: ¿Es posible tener un sistema de asignación parlamentaria que sea h-monótono y que satisfaga la cuota?

La respuesta es afirmativa. Balinski y Young (1975) introdujeron el método cuota, que abreviamos por Q. Este método se construye usando el divisor del método D, esto es, $d(a)=a+1$, pero en lugar de identificar la lista que tiene la primera prioridad para recibir una silla entre todas las listas en competición, se escoge dicha lista entre las listas que pueden recibir una silla sin violar el redondeo por arriba de la cuota exacta. Más exactamente, el método Q se puede describir de la siguiente manera:

1. Las s listas en competición comienzan con cero sillars.
2. Supongamos que se han asignado k sillars y que cada lista ha recibido $a_i \geq 0$ sillars, con $i=1,2,\dots,s$. Se define el conjunto de las listas elegibles de la siguiente manera:

Una lista es elegible si las a_i sillars que ya tiene asignadas es menor estricto que la cuota exacta calculada respecto de las k sillars ya repartidas²¹.

21 Si en un distrito o circunscripción se van a asignar h sillars, la cuota exacta de la lista i se calcula como $hp_i/\sum_{j=1}^s p_j$. La cuota exacta de la lista i respecto de las k sillars ya asignadas se calcula como $kp_i/\sum_{j=1}^s p_j$.

Si entre las listas elegibles, la lista j satisface que

$$\frac{p_j}{a_j + 1} \geq \frac{p_i}{a_i + 1} \quad \text{para toda lista } i \neq j$$

entonces:

- La lista j recibe una silla adicional, por lo que queda con a_j+1 sillas.
- Las restantes sillas continúan con la asignación anterior.

El método Q, que también podríamos denominar método de D'Hondt modificado, es el único método h -monótono que satisface la cuota. De las tablas 5 a la 8 se pueden apreciar las asignaciones que se obtienen con este método: se puede constatar cómo modifica el método D en aras de satisfacer la cuota.

Esto conlleva una recomendación más:

Si se quiere tener un método de asignación h -monótono y que satisfaga el ideal político de la representación proporcional en el sentido de satisfacer la cuota, entonces se recomienda usar el método Q.

3. Discusión final y recomendaciones

En las páginas anteriores hemos resumido, no de forma exhaustiva, la variedad de sistemas electorales de asignación parlamentaria que existen, focalizando la atención sobre el correlato político que los mismos tienen. Comenzamos con una dicotomía ya antigua, pero que de tiempo en tiempo vuelve a resonar: sistemas mayoritarios y sistemas proporcionales. Hemos enfatizado la inconveniencia de instaurar un sistema mayoritario de asignación parlamentaria pues, si bien estos sistemas producen ciertos efectos que son deseables para sortear los problemas que suscita un gobierno dividido en el caso del presidencialismo, el sacrificio resulta excesivo en términos de pluralismo político y equidad de la representación parlamentaria.

Los sistemas proporcionales de asignación parlamentaria nacieron motivados por la conveniencia de “que las minorías fuesen representadas [en la Cámara] en una justa proporción” pues es “importante que todos los ciudadanos tengan la mayor oportunidad posible de estar representados en la asamblea nacional” (Association Internationale pour le Progrès des Sciences Sociales, 1865, p. 94). El ideal de representación que persiguen los sistemas proporcionales es, por tanto, particularmente relevante para nuestro país atendido el creciente pluralismo social, el arraigado multipartidismo, la crisis de legitimidad y confianza institucional y el contexto actual: la

elección de una legislatura ampliamente representativa es crucial en sociedades divididas (Lijphart, 2004, p. 100). Asimismo, se trata de una opción que responde a nuestra tradición y es compatible desde una perspectiva comparada tanto con el presidencialismo como con el semipresidencialismo.

Sin embargo, es importante enfatizar que el sintagma sistema proporcional de asignación parlamentaria es equívoco: conforme se ha consignado a lo largo de este trabajo, existen diversos métodos de asignación proporcional. En consecuencia, si la nueva Constitución se limita a establecer que para la elección parlamentaria se empleará un sistema proporcional, la única opción que se sustrae de la decisión legislativa es la de un sistema mayoritario, permaneciendo abiertas todas las alternativas de métodos de asignación proporcional. Para evitar la utilización de aquellos métodos que producen efectos políticos indeseados o incoherentes con el diseño constitucional, se requeriría precisar la definición constitucional añadiendo algunas de sus propiedades.

En orden a adoptar una decisión respecto de la definición que se incluirá en la nueva Constitución sobre el sistema electoral aplicable a la elección parlamentaria, conviene entonces tener presente los efectos de los distintos métodos proporcionales desarrollados en este trabajo, los que se resumen en el siguiente cuadro:

	Satisface la cuota	Monótono	Sin asignación inicial de silla	Estable	Incentivo a las coaliciones	Incentivo a las divisiones	Neutro
Método de Hare o de Hamilton (H)	X		X	X			
Método de Iguales Proporciones o de Hill (EP)		X		X			
Método Dean o de Media Armónica (HM)		X		X			
Método de Webster, o fórmula de Saint-Laguë, o de Fracciones Mayores (W)		X	X	X			X
Método de Adams o de Pequeños Divisores (A)		X		X		X	
Método de Jefferson, o de D'Hondt, o de Mayores Divisores, o de la <i>Plus Forte Moyenne</i> , o Cifra Repartidora (D)		X	X	X	X		
Método cuota (Q)	X	X	X				

Teniendo en cuenta lo anterior, se sugiere establecer para las elecciones parlamentarias un método de asignación proporcional monótono, sin asignación inicial de sillas y que promueva las coaliciones o, a lo menos, no incentive la fragmentación. En efecto:

- Monotonidad:** esta propiedad evita el efecto indeseado de que una lista pueda perder una silla ante un incremento del total de cargos a repartir (la Paradoja de Alabama). No es del todo ingenua esta recomendación toda vez que se proponga un sistema de asignación parlamentaria ad hoc: al menos la propuesta debe ceñirse al aspecto iterativo en la asignación de sillas, que es precisamente lo que permite operacionalizar la monotonidad.
- Sin asignación inicial de silla:** los métodos que inician su proceso iterativo asignando una silla a cada lista requieren que exista, por una parte, un número considerable de escaños a repartir y, por otra, que se limite la cantidad de listas habilitadas para competir en un determinado distrito o circunscripción. De lo contrario, se rompe el sentido político de la representación proporcional. Respecto de esta segunda condición, nos parece inconveniente adoptar un método que exija introducir una restricción tan intensa al derecho de un conglomerado o de una candidatura individual a participar en un proceso electoral.
- Incentivos a las coaliciones:** de acuerdo con lo señalado en la sección 1, para el adecuado fun-

cionamiento del sistema presidencial no basta con perfeccionar el diseño de las competencias de los órganos políticos, sino que se necesitan definiciones electorales que promuevan la conformación de mayorías que permitan al Presidente de la República aprobar las normas que requiere la implementación de su programa de gobierno. Un sistema electoral cuya asignación beneficia a las coaliciones incentiva la formación de partidos más grandes y, aunque no lo asegura, favorece la gobernabilidad en el entendido que muchas veces las coaliciones electorales se estructuran en torno a proyectos políticos y permanecen tras la elección. En el caso del semipresidencialismo, este objetivo es menos apremiante pues, en principio, no se produce un bloqueo análogo al del presidencialismo, ya que el jefe de gobierno cuenta siempre con la confianza de la asamblea. No obstante, tampoco es conveniente adoptar un sistema electoral que propicie la fragmentación, ya que ello puede dificultar la designación del Primer Ministro y su gabinete e introducir el riesgo de la inestabilidad ante sucesivos cambios de gobierno. Ackerman (2007) sostiene que la debilidad de algunos semipresidencialismos caracterizados por continuos cambios de gabinete está precisamente en emplear ciertas formas de asignación proporcional que engendran una multitud de pequeños partidos en la legislatura.

Finalmente, es importante insistir en el siguiente aspecto: es posible que en el futuro el legislador quiera impulsar un método de asignación parlamentaria ad hoc. Establecer en la nueva Constitución un marco en la línea de lo propuesto fija los deslindes de la competencia legislativa, imponiéndole la exigencia de analizar las propiedades que un sistema ad hoc tiene conforme a la teoría matemática de los sistemas de asignación parlamentaria. ¿Produce paradojas dicho sistema, como las Paradojas de Alabama o de Simpson?, ¿qué tanto respeta la cuota el ideal político de representación proporcional?, ¿se trata de un sistema que propende a la estabilidad o inestabilidad?, ¿qué tan sesgado a favor de coaliciones “grandes” o “pequeñas” resulta dicho método²²? La creatividad política no puede prescindir de una reflexión pausada, tal y como hemos querido mostrarla en estas páginas.

Referencias

- Ackerman, B.**, 2007. *La nueva división de poderes*. México, D.F.: Fondo de Cultura Económica.
- Ackerman, B. y Rosenkrantz, C.**, 1991. Tres concepciones de la democracia constitucional. En: *Fundamentos y alcances del control judicial de constitucionalidad*. Madrid: Centro de Estudios Políticos y Constitucionales.
- Arendt, H.**, 2005. *The Promise of Politics*. New York: Schocken Books.
- Association Internationale pour le Progrès des Sciences Sociales**, 1865. *Annales: Congrès d'Amsterdam (1865)*. Paris: Bols Wittouck, Bruxelles & Guillaume & Ce.
- Balinski, M.L. y Young, H.P.**, 1975. The Quota Method of Apportionment. *The American Mathematical Monthly* 82, pp. 701-730.
- Balinski, M.L. y Young, H.P.**, 1978. Stability, Coalitions and Schisms in Proportional Representation Systems. *The American Political Science Review* 72, pp. 848-858.
- Balinski, M.L. y Young, H.P.**, 2001. *Fair Representation. Meeting the Ideal of One Man, One Vote*. Second Edition. Washington DC: Brookings Institution Press.
- Cotteret, J.M. y Emeri, C.**, 1994. *Les Systèmes Électoraux. Que sais-je?* Paris: Press Universitaire de France.
- Dahl, R.**, 1999. *La democracia. Una guía para los ciudadanos*. Madrid: Taurus.
- D'Hondt, V.**, 1878. *Question Électorale. La Représentation Proportionnelles des Partis*. Bruselles: Bruylant Christophe & Cie., Libraires-Éditeurs.
- D'Hondt, V.**, 1882. *Système pratique et raisonné de représentation proportionnelle*. Bruxelles: Librairie C. Muquardt.
- Elgie, R.**, 2020. An Intellectual History of the Concepts of Premier-Presidentialism and President-Parliamentarism. *Political Studies Review* 18(1), pp. 12-29.
- Elgie, R.**, 2009. Duverger, Semi-presidentialism and the Supposed French Archetype. *West European Politics* 32(2), pp. 248-267.
- Ellis, A.**, 2018. *Electoral system design in the context of constitution-building*. International IDEA Discussion Paper 4/2018.
- Elster, J.**, 1995. Forces and mechanisms in the constitution-making process. *Duke Law Journal* 45(2), pp. 364-396.
- Fontaine, A.**, 2021. *La pregunta por el régimen político. Conversaciones chilenas*. Santiago de Chile: Fondo de Cultura Económica.
- Gargarella, R.**, 2014. *La sala de máquinas de la Constitución: Dos siglos de constitucionalismo en América Latina (1810-2010)*. Buenos Aires: Katz.

22 A modo de ejemplo, un método de divisor definido por $d(0)=1$, $d(1)=2$ y $d(a) = +\frac{1}{2}$ con $a \geq 2$ es proporcional, pero no es estable; para detalles, ver Balinski y Young (2001).

- Garretón, M.A.**, 2021. Del “estallido” al proceso refundacional. El nuevo escenario de la sociedad chilena. *Asian Journal of Latin American Studies* 34(2), pp. 39-62.
- González, R. y Sierra, L.**, 2014. *Un sistema electoral mixto para el presidencialismo chileno*. Propuestas Políticas Públicas, Centro de Estudios Públicos.
- Hamilton, A., Madison, J. y Jay, J.**, 2010. *El Federalista*. México, D.F.: Fondo de Cultura Económica.
- Heiss, C.**, 2020. *¿Por qué necesitamos una nueva Constitución?* Santiago de Chile: Aguilar.
- Huntington, E.V.**, 1921. The Mathematical Theory of the Apportionment of Representatives. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 7, pp. 123-127.
- Huntington, E.V.**, 1928. The Apportionment of Representatives in Congress. *Transactions of the American Mathematical Society* 30, pp. 85-110.
- Le Foulon, C. y Palanza, V.**, 2021. Elecciones a la Convención Constituyente: innovación y renovación. *Puntos de Referencias* N°580, Centro de Estudios Públicos.
- Lassalle, F.**, 1984. *¿Qué es una Constitución?* Barcelona: Ariel.
- Lecucq, O.**, 2020. El sistema electoral francés. *Teoría y Realidad Constitucional* 45, pp. 163-184.
- Libertad y Desarrollo**, 2021. *Con control de cambios: construyendo propuestas constitucionales desde la perspectiva de una sociedad libre*.
- Lijphart, A.**, 2004. Constitutional design for divided societies. *Journal of Democracy* 15(2), pp. 96-109.
- Loewenstein, K.**, 2018. *Teoría de la Constitución*. Barcelona: Ariel.
- Maza, J.**, 1913. *Sistemas de sufragio i cuestion electoral*. Segunda edición. Santiago de Chile: Imprenta “La Ilustración”.
- McLaren, A.**, 2010. *A Short History of Electoral Systems in Western Europe*. London and New York: Routledge Library Editions: Political Sciences.
- Mill, J.S.**, 1994. *Del Gobierno Representativo*. Madrid: Editorial Tecnos.
- Negretto, G.**, 2007. ¿Es el semipresidencialismo un modelo atractivo y factible para América Latina? Comentarios al ensayo de Petra Schleiter y Edward Morgan-Jones. *Política y gobierno* XIV(2), pp. 541-545.
- Nogueira, H.**, 2017. La tipología de gobiernos presidencialistas de América Latina y gobiernos semipresidenciales en Europa. *Estudios Constitucionales* 15(2), pp. 15-82.
- Peña, C.**, 2020. *Pensar el malestar. La crisis de octubre y la cuestión constitucional*. Santiago de Chile: Taurus.
- Pereira, A.C.**, 2006. *Teoría Constitucional y otros escritos*. Santiago de Chile: LexisNexis.
- Pisarello, G.**, 2014. *Procesos constituyentes: caminos para la ruptura democrática*. Madrid: Editorial Trotta.
- Pukelsheim, F.**, 2014. *Proportional Representation. Apportionment Methods and Their Applications*. New York: Springer.
- Saari, D.G.**, 2012. *Geometry of Voting*, Volume 3. Springer Science & Business Media.
- San Martín, E.**, 2020. *El Sistema de D'Hondt ¿Como funciona y qué significa?* (DP2020—05). Technical report, Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- San Martín, E.**, 2010. Sarmiento, Modernidad e Instrucción Pública: Relaciones Construidas a partir de la Estadística. *Revista de Pensamiento Educativo* 46-47, pp. 93-115.
- Sartori, G.**, 2011. *Ingeniería constitucional comparada: Una investigación de estructuras, incentivos y resultados*. México, D.F.: Fondo de Cultura Económica.
- Sartori, G.**, 1991. Consideraciones sobre alternativas semipresidenciales y parlamentarias de gobierno. *Estudios Públicos* 42, pp. 1-33.
- Schleiter, P. y Morgan-Jones, E.**, 2007. Semipresidencialismo: decisiones constitucionales y consecuencias políticas. *Política y gobierno* XIV(2), pp. 515-541.
- Soto, S.**, 2020. *La hora de la Re-Constitución*. Santiago de Chile: Ediciones UC.
- Taagepera, R.**, 2002. Designing Electoral Rules and Waiting for an Electoral System to Evolve. En: A. Reynolds. *The architecture of democracy constitutional design, conflict management, and democracy*. Oxford, UK; New York: Oxford University Press.
- Zagrebelsky, G.**, 2008. El juez constitucional en el siglo XXI. *Revista Iberoamericana de Derecho Procesal Constitucional* 10, pp. 249-268.

CÓMO CITAR ESTA PUBLICACIÓN:

San Martín, E., Ovalle, A., 2021. Nueva Constitución y sistemas electorales de asignación parlamentaria. *Temas de la Agenda Pública*, 16(150), 1-25. Centro de Políticas Públicas UC.

Apéndice

A. Información complementaria

- De acuerdo al Decreto con Fuerza de Ley N° 2, que fija el texto refundido, coordinado y sistematizado de la Ley N° 18.700, orgánica constitucional sobre votaciones populares y escrutinios, en su artículo 188 determina que el Distrito Electoral 6 incluye las comunas de La Ligua, Petorca, Cabildo, Papudo, Zapallar, Puchuncaví, Quintero, Nogales, Calera, La Cruz, Quillota, Hijuelas, Los Andes, San Esteban, Calle Larga, Rinconada, San Felipe, Putaendo,

Santa María, Panquehue, Llay-Llay, Catemu, Olmué, Limache, Villa Alemana y Quilpué. Este distrito elige ocho diputados.

- Los resultados reportados en la Tabla 2 corresponden a los votos obtenidos por las 10 listas que disputaron la elección de convencionales en el Distrito 6. En dicha Tabla, las 10 listas han sido identificadas con la sigla que el Servicio Electoral de Chile (Servel) les otorgó. La correspondencia entre sigla y lista está descrita en la Tabla 11.

Tabla 11. **Correspondencia Sigla-Lista, Distrito 6, elección de convencionales**

Sigla de lista	Lista
S	Independientes Distrito 6 + Lista del Pueblo (D6)
XG	Partido Humanista
XP	Vamos por Chile
YB	Lista del Apruebo
YK	Movimientos Sociales Independientes (D6)
YQ	Apruebo Dignidad
ZB	Unión Patriótica
ZM	Decisión Ciudadana (D6)
ZT	Independientes por la Nueva Constitución (D6)
C1	Benjamín Israel Lorca Inzunza (H)

El significado de las siglas usadas en la Tabla 9 es el siguiente:

- Lista B: Independiente Progresista; Partido Progresista.
- Lista G: Ecologista Verde; Partido Humanista; Igualdad; Independiente Humanista; Independiente Revolución Democrática; Revolución Democrática.
- Lista M: Unión Patriótica.
- Lista N: Independiente Comunista de Chile; Independiente por el Partido por la Democracia; Socialista de Chile; Partido por la Democracia.
- Lista O: Democracia Cristiana.
- Lista P: Evolución Política; Renovación Nacional; Unión Demócrata Independiente.

B. Funciones de redondeo

Sea q un número racional positivo. Entonces

- El *redondeo de q por abajo* es el entero $\lfloor q \rfloor \geq 0$ tal que $q = \text{máx}\{n \in \mathbb{N} : n \leq q\}$.

Notemos que q puede descomponerse como

$$q = \lfloor q \rfloor + (q - \lfloor q \rfloor),$$

donde $(q - \lfloor q \rfloor)$ corresponde a la *parte decimal de q* .

- El *redondeo de q por arriba* es el entero $\lceil q \rceil \geq 0$ tal que $\lceil q \rceil = \text{mín}\{n \in \mathbb{N} : n \geq q\}$
- El *redondeo de q al entero más cercano*, también llamado *Función Comercial de Redondeo*, es el entero $\lceil q \rceil \geq 0$ tal que

$$\lceil q \rceil = \begin{cases} \lceil q \rceil, & \text{si } q - \lfloor q \rfloor \geq \frac{1}{2}, \\ \lfloor q \rfloor, & \text{si } q - \lfloor q \rfloor < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Esta definición implica que si la parte decimal de q es igual a 0,5, entonces se asigna el redondeo por arriba $\lceil q \rceil$. Esta definición no es, por tanto, simétrica. Una forma de hacerla simétrica es la siguiente: para un número racional positivo q , el *redondeo-par de q* , denotado por $\lfloor q \rfloor$, está dado por

$$\lfloor q \rfloor = \begin{cases} \lceil q \rceil, & \text{si } q - \lfloor q \rfloor > \frac{1}{2}, \text{ o } q - \lfloor q \rfloor = \frac{1}{2} \text{ y } \lceil q \rceil \text{ es par;} \\ \lfloor q \rfloor, & \text{si } q - \lfloor q \rfloor < \frac{1}{2}, \text{ o } q - \lfloor q \rfloor = \frac{1}{2} \text{ y } \lfloor q \rfloor \text{ es par.} \end{cases}$$

Esta definición coincide con el redondeo al entero más cercano excepto cuando la parte decimal de un número racional positivo es igual a $\frac{1}{2}$. Usando esta definición, los racionales 0,5, 1,5, 2,5, 3,5, 4,5, 5,5, etc. son redondeados a 0, 2, 2, 4, 4, 6, etc., respectivamente. Es importante enfatizar que definir esta función usando un número par es arbitrario. Para más detalles y discusión, ver Pukelsheim (2014).

C. El método H

En un distrito o circunscripción dada, s listas, denotadas por L_1, L_2, \dots, L_s , obtienen cada una p_1, p_2, \dots, p_s votos, respectivamente. Si en dicho distrito o circunscripción se asignan h sillas, entonces la cuota exacta de la lista L_i está dada por

$$q_i = \frac{p_i}{p_1 + p_2 + \dots + p_s} \times h \quad (\text{C.1})$$

Notemos que $q_1 + q_2 + \dots + q_s = h$. El método H asigna sillas de la siguiente manera:

1. Se asigna a cada lista un número de sillas igual a $\lfloor q_i \rfloor$.
2. Se calculan las sillas restantes:

$$m = h - (\lfloor q_1 \rfloor + \lfloor q_2 \rfloor + \dots + \lfloor q_s \rfloor).$$

3. Se ordenan las listas según las partes decimales $q_i - \lfloor q_i \rfloor$.
4. Se asigna una silla a cada una de las m listas que tienen las mayores partes decimales.

Dado que

$$\begin{aligned} m &= h - (\lfloor q_1 \rfloor + \lfloor q_2 \rfloor + \dots + \lfloor q_s \rfloor) = \\ &= (q_1 - \lfloor q_1 \rfloor) + (q_2 - \lfloor q_2 \rfloor) + \dots + (q_s - \lfloor q_s \rfloor) \end{aligned}$$

entonces hay a lo más m listas que recibirán una silla adicional, por lo que cada lista L_i o ha recibido $\lfloor q_i \rfloor$ sillas o $\lfloor q_i \rfloor + 1$ sillas, lo que es igual a $\lceil q_i \rceil$. Por lo tanto, el método H respeta la cuota.

D. h -monotonidad

Supongamos que en un distrito o circunscripción determinado, las listas L_1, L_2, \dots, L_s obtienen p_1, p_2, \dots, p_s votos, respectivamente. Si en dicho distrito o circunscripción se reparten h sillas, un sistema de *asignación proporcional parlamentaria* consiste en asignar a cada lista sillas en función de h y de los votos obtenidos por cada lista. Más específicamente, si denotamos por p el vector de votos, esto es, $p = (p_1, p_2, \dots, p_s)$, entonces las sillas asignadas a la lista L_i están dadas por $a_i(p, h) \in \mathbb{N}$, donde \mathbb{N} denota el conjunto de los números naturales incluyendo el 0, tal que

$$a_1(p, h) + a_2(p, h) + \dots + a_s(p, h) = h.$$

Así, un sistema de asignación proporcional parlamentaria se dice h -monótono si

$$a_i(p, h + 1) \geq a_i(p, h) \quad \text{para todo } i = 1, 2, \dots, s.$$

Esta condición sugiere concebir los sistemas de asignación proporcional parlamentaria como un proceso iterativo, para lo cual es necesario introducir un criterio que permita elegir la lista a la que se le asignará una silla. Este criterio se establece por medio de un divisor que es una función d del número a de sillas. Más precisamente, los sistemas de asignación parlamentaria h -monótonos se caracterizan por el siguiente proceso iterativo:

- Paso 0: $a_i(p, 0) = 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, s$.
- Paso k , con $k = 1, 2, \dots, h$: si una lista L_j satisface la condición

$$\frac{p_j}{d(a_j(p, k - 1))} \geq \frac{p_i}{d(a_i(p, k - 1))} \quad \text{para todo } i = 1, 2, \dots, s$$

entonces

$$\begin{aligned} a_j(p, k) &= a_j(p, k - 1) + 1 \\ a_i(p, k) &= a_i(p, k - 1) \text{ con } i \neq j. \end{aligned}$$

Algunos métodos comienzan asignando una silla a cada lista, lo que significa que $a_i(p, 0) = 1$ para todo $i = 1, 2, \dots, s$. En este caso, el algoritmo es el mismo anterior, pero aplicado a las $h - s$ sillas restantes.

E. Los métodos de Huntington

Consideremos los dos escenarios descritos en la Sección 2.2.2.c, donde suponemos que la inequidad en la representación del Escenario 1 es menor que la inequidad en la representación del Escenario 2.

- Para el método EP, la inequidad en la representación del Escenario 1 se obtiene calculando la distancia relativa entre $p_1/(a_1+1)$ y p_2/a_2 , recordando que la Lista 1 está sobrerrepresentada respecto de la Lista 2, lo que significa que

$$\frac{a_1 + 1}{p_1} > \frac{a_2}{p_2},$$

esto es, que el número de sillas por voto de la Lista 1 es mayor que el número de sillas por voto de la Lista 2:

$$\text{Inequidad}_1 = \frac{\frac{p_2}{a_2} - \frac{p_1}{a_1 + 1}}{\frac{p_1}{a_1 + 1}} = \frac{p_2(a_1 + 1)}{p_1 a_2} - 1.$$

La inequidad en el Escenario 2 se obtiene calculando la distancia relativa entre p_1/a_1 y $p_2/(a_2+1)$, recordando que la Lista 2 está sobrerrepresentada respecto de la Lista 1, lo que significa que

$$\frac{a_2 + 1}{p_2} > \frac{a_1}{p_1},$$

esto es, que el número de sillas por voto de la Lista 2 es mayor que el número de sillas por voto de la Lista 1:

$$\text{Inequidad}_2 = \frac{\frac{p_1}{a_1} - \frac{p_2}{a_2 + 1}}{\frac{p_2}{a_2 + 1}} = \frac{p_1(a_2 + 1)}{p_2 a_1} - 1.$$

Entonces

$$\text{Inequidad}_1 < \text{Inequidad}_2 \Leftrightarrow \frac{p_2}{[a_2(a_2 + 1)]^{\frac{1}{2}}} < \frac{p_1}{[a_1(a_1 + 1)]^{\frac{1}{2}}},$$

lo que implica un divisor dado por $d(a)=[a(a+1)]^{1/2}$.

- Para el método HM, la inequidad en la representación del Escenario 1 se obtiene calculando la distancia absoluta entre $p_1/(a_1+1)$ y p_2/a_2 , recordando que la Lista 1 está sobrerrepresentada respecto de la Lista 2, lo que significa que

$$\frac{a_1 + 1}{p_1} > \frac{a_2}{p_2},$$

esto es, que el número de sillas por voto de la Lista 1 es mayor que el número de sillas por voto de la Lista 2:

$$\text{Inequidad}_1 = \frac{p_2}{a_2} - \frac{p_1}{a_1 + 1}.$$

La inequidad en la representación del Escenario 2 se obtiene calculando la distancia absoluta entre p_1/a_1 y $p_2/(a_2+1)$, recordando que la Lista 1 está sobrerrepresentada respecto de la Lista 2, lo que significa que

$$\frac{a_2 + 1}{p_2} > \frac{a_1}{p_1},$$

esto es, que el número de sillas por voto de la Lista 2 es mayor que el número de sillas por voto de la Lista 1:

$$\text{Inequidad}_2 = \frac{p_1}{a_1} - \frac{p_2}{a_2 + 1}.$$

Entonces

$$\text{Inequidad}_1 < \text{Inequidad}_2 \Leftrightarrow \frac{p_2(2a_2 + 1)}{2a_2(a_2 + 1)} < \frac{p_1(2a_1 + 1)}{2a_1(a_1 + 1)},$$

lo que implica un divisor dado por $d(a)=2(a+1)/(2a+1)$.

- Para el método W, la inequidad en la representación del Escenario 1 se obtiene calculando la distancia absoluta entre $(a_1+1)/p_1$ y a_2/p_2 , recordando que la Lista 1 está sobrerrepresentada respecto de la Lista 2, lo que significa que

$$\frac{a_1 + 1}{p_1} > \frac{a_2}{p_2},$$

esto es, que el número de sillas por voto de la Lista 1 es mayor que el número de sillas por voto de la Lista 2:

$$\text{Inequidad}_1 = \frac{a_1 + 1}{p_1} - \frac{a_2}{p_2}.$$

La inequidad en la representación del Escenario 2 se obtiene calculando la distancia absoluta entre $(a_2+1)/p_2$ y a_1/p_1 , recordando que la Lista 1 está sobrerrepresentada respecto de la Lista 2, lo que significa que

$$\frac{a_2 + 1}{p_2} > \frac{a_1}{p_1},$$

esto es, que el número de sillas por voto de la Lista 2 es mayor que el número de sillas por voto de la Lista 1:

$$\text{Inequidad}_2 = \frac{a_2 + 1}{p_2} - \frac{a_1}{p_1}.$$

Entonces

$$\text{Inequidad}_1 < \text{Inequidad}_2 \Leftrightarrow \frac{p_2}{a_2 + \frac{1}{2}} < \frac{p_1}{a_1 + \frac{1}{2}},$$

lo que implica un divisor dado por $d(a) = a + \frac{1}{2}$

- Para el método A, la inequidad en la representación del Escenario 1 se obtiene calculando la distancia absoluta entre a_1+1 y $a_2(p_1/p_2)$, recordando que la Lista 1 está sobrerrepresentada respecto de la Lista 2, lo que significa que

$$a_1 + 1 > a_2 \frac{p_1}{p_2},$$

es decir, la Lista 1 recibe una cantidad de sillas mayor que un número de sillas que sea igual a las sillas que recibe la Lista 2 ponderada por la razón de votos de la Lista 1 respecto de la Lista 2:

$$\text{Inequidad}_2 = (a_2 + 1) - a_1 \frac{p_1}{p_2}.$$

La inequidad en la representación del Escenario 2 se obtiene calculando la distancia absoluta entre a_2+1 y $a_1(p_2/p_1)$, recordando que la Lista 1 está sobrerrepresentada respecto de la Lista 2, lo que significa que

$$a_2 + 1 > a_1 \frac{p_2}{p_1},$$

es decir, la Lista 2 recibe una cantidad de sillas mayor que un número de sillas que sea igual a las sillas que recibe la Lista 1 ponderada por la razón de votos de la Lista 2 respecto de la Lista 1:

$$\text{Inequidad}_2 = (a_2 + 1) - a_1 \frac{p_1}{p_2}.$$

Entonces

$$\text{Inequidad}_1 < \text{Inequidad}_2 \Leftrightarrow \frac{p_2}{a_2} < \frac{p_1}{a_1},$$

lo que implica un divisor dado por $d(a)=a$.

- Para el método D, la inequidad en la representación del Escenario 1 se obtiene calculando la distancia absoluta entre $(a_1+1)p_2/p_1$ y a_2 , recordando que la Lista 1 está sobrerrepresentada respecto de la Lista 2, lo que significa que

$$(a_1 + 1) \frac{p_2}{p_1} > a_2,$$

es decir, la Lista 2 recibe una cantidad de sillas menor que un número de sillas que sea igual a las sillas que recibe la Lista 1 ponderada por la razón de votos de la Lista 2 respecto de la Lista 1:

$$\text{Inequidad}_1 = (a_1 + 1) \frac{p_2}{p_1} - a_2.$$

La inequidad en la representación del Escenario 2 se obtiene calculando la distancia absoluta entre $(a_2+1)p_1/p_2$ y a_1 , recordando que la Lista 2 está sobrerrepresentada respecto de la Lista 1, lo que significa que

$$(a_2 + 1) \frac{p_1}{p_2} > a_1,$$

es decir, la Lista 1 recibe una cantidad de sillas menor que un número de sillas que sea igual a las sillas que recibe la Lista 2 ponderada por la razón de votos de la Lista 1 respecto de la Lista 2:

$$\text{Inequidad}_2 = (a_2 + 1) \frac{p_1}{p_2} - a_1.$$

Entonces

$$\text{Inequidad}_1 < \text{Inequidad}_2 \Leftrightarrow \frac{p_2}{a_2 + 1} < \frac{p_1}{a_1 + 1},$$

lo que implica un divisor dado por $d(a)=a+1$.



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DE CHILE